

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：多項式の乗法（1）

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

(1) $xy + x + y - 2 =$ (x)

(2) $a^2 - 3ab + 2a^2b + 1 =$ (a)

(3) $2x^2 - 3xy - 2y^2 + 3x + 4y - 2 =$ (x)

（復2）次の式を次数の最も低い文字について、降べきの順に整理せよ。

(1) $x^2y + x - y + x^2 - 2 =$

(2) $a^2b + a^2 - b - 1 =$

(3) $a^2 + b^2 - bc + ca - 2ab =$

問1. 次の式を計算せよ。

(1) $(3x^2 - 5x + 2) + (4x^2 + x - 3) =$

(2) $(2x^3 - 4x^2 + 3x - 1) - (3x^3 - 4x - 1) =$

問2. 次の整式 A, B について、A+B と A-B を計算せよ。

(1) $A = 4x^3 - 3x^2 - 2x + 5, B = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 7$

$A + B =$

$A - B =$

(2) $A = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, B = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$A + B =$

$A - B =$

問3. 次の整式 A, B について、A+B と A-B を計算せよ。

(1) $A = -3x^2 + 2 - 5x + 4x^3, B = -2x - 2x^3 + x^2 - 7$

$A + B =$

$A - B =$

(2) $A = 5x^2 + 2xy - y^2, B = -3x^2 + 4xy - 2y^2$

$A + B =$

$A - B =$

（解説1）指数法則

[1] $a^3 \cdot a^5 = a^8$ [2] $(a^3)^5 = a^{15}$ [3] $(a^2b^3)^4 = a^8b^{12}$

問4. 次の式を計算せよ。

(1) $(a^3b^2)^5 =$

(2) $(3ab)^2 \times (-2a^3b) =$

問5. 次の式を展開せよ。

(1) $xyz(x - 2y + 3z) =$

(2) $(2a^2 - a - 3)(a + 2) =$

（解説2）《展開公式》

$$\left. \begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 && \Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)^2 = \bigcirc^2 + 2\bigcirc\triangle + \triangle^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 && \Longleftarrow (\bigcirc - \triangle)^2 = \bigcirc^2 - 2\bigcirc\triangle + \triangle^2 \end{aligned} \right\} \text{と覚えよ！}$$

問6. 上の《展開公式》を用いて、次の式を展開せよ。

(1) $(3a - 2b)^2 =$

(2) $(3x + 5y)^2 =$

(3) $(2x - 5)^2 =$

（準備1）たとえば、 $(4x + 5)(x^2 + 3x - 2)$ を展開するとき、次のように考えて展開すると、ラクに計算できる。

展開のテクニック $(4x + 5)(x^2 + 3x - 2)$ の展開について

《考え方》この式を展開すると3次式であることは明らかである。したがって、 $x^3, x^2, x, \text{定数項}$ のそれぞれの係数が分かればよい。

(1) x^3 の係数はいくらか。

(2) x^2 の係数は 2つの と の和である。いくらか。

(3) x の係数は 2つの と の和である。いくらか。

(4) 定数項はいくらか。

(5) (1)～(4)より、展開した式をかけ。与式=

問7. 上の（準備1）の **展開のテクニック** を用いて、次の式を展開してみよ。

(1) $(x + 4)(x - 3) =$

(2) $(2x + 3)(3x + 4) =$

(3) $(2a^2 - a - 3)(a + 2) =$

問8. **展開のテクニック** の考え方で、 x^2, xy, y^2 の係数を求めて次の式を展開せよ。

(1) $(3x + y)(4x + 3y) = \text{ } x^2 + \text{ } xy + \text{ } y^2$

(2) $(3x - y)(4x - 3y) = \text{ } x^2 - \text{ } xy + \text{ } y^2$

(3) $(x - 2y)(3x - y) =$

(4) $(3x - y)(4x + 3y) =$

《展開公式》 $(ax + b)(cx + d) = \text{ } x^2 + (\text{ }) x + \text{ }$

展開のテクニック の考え方で、 a^2, ab, b^2 の係数を求めることより、上の展開公式に加えて、次の展開公式が得られる

《展開公式》 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

（解説3）《展開公式》

$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

問9. 上の《展開公式》を用いて、次の式を展開せよ。

(1) $(2x + 3)(x + 4) =$ (2) $(3a - 2)(2a + 5) =$

(3) $(3x + 2y)(x - 4y) =$ (4) $(3a - 2b)(4a - 3b) =$

(5) $(5x + 4)(5x - 4) = \Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)$ の形

(6) $(3x + 2y)(3x - 2y) = \Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)$ の形

(7) $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1) = \Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)(\bigcirc^2 + \triangle^2)$ の形

(8) $(x + 1)^2(x - 1)^2 = \Longleftarrow \{(\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)\}^2$ の形から展開

《展開の応用問題》

問10. 《展開公式》を用いて、次の式を展開せよ。

(1) $x(x + 1)(x^2 + x) =$

(2) $(a + 2b)^2(a - 2b)^2 =$

(3) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) =$

(4) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) =$

(5) $(a + b)(a - b)(a^2 + b^2) =$

(6) $(2x + y)^2(2x - y)^2 =$

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：多項式の乗法（1）
（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

- (1) $x y + x + y - 2 = \underline{(y+1)x + (y-2)}$ (x) x(y+1)はダメ
- (2) $a^2 - 3 a b + 2 a^2 b + 1 = \underline{(2 b + 1) a^2 - 3 b a + 1}$ (a) $a^2(2 b + 1)$ はダメ
- (3) $2 x^2 - 3 x y - 2 y^2 + 3 x + 4 y - 2$ (x)
 $= \underline{2 x^2 + (-3 y + 3) x + (-2 y^2 + 4 y - 2)}$
 $2 x^2 - 3 (y - 1) x - 2 (y^2 - 2 y + 1)$ としても可。

（復2）次の式を次数の最も低い文字について、降べきの順に整理せよ。

- (1) $x^2 y + x - y + x^2 - 2 = \underline{(x^2 - 1) y + (x^2 + x - 2)}$
- (2) $a^2 b + a^2 - b - 1 = \underline{(a^2 - 1) b + (a^2 - 1)}$
- (3) $a^2 + b^2 - b c + c a - 2 a b = \underline{(a - b) c + (a^2 + b^2 - 2 a b)}$

問1. 次の式を計算せよ。

- (1) $(3 x^2 - 5 x + 2) + (4 x^2 + x - 3)$
 $= \underline{7 x^2 - 4 x - 1}$
- (2) $(2 x^3 - 4 x^2 + 3 x - 1) - (3 x^3 - 4 x - 1)$
 $= \underline{-x^3 - 4 x^2 + 7 x}$

問2. 次の整式 A, B について、A+B と A-B を計算せよ。

- (1) $A = 4 x^3 - 3 x^2 - 2 x + 5$, $B = 2 x^3 - 3 x^2 + 4 x + 7$
 $A + B = \underline{6 x^3 - 6 x^2 + 2 x + 12}$
 $A - B = \underline{2 x^3 - 6 x - 2}$
- (2) $A = a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$, $B = a^3 - 3 a^2 b + 3 a b^2 - b^3$
 $A + B = \underline{2 a^3 + 6 a b^2}$
 $A - B = \underline{6 a^2 b + 2 b^3}$

問3. 次の整式 A, B について、A+B と A-B を計算せよ。

- (1) $A = -3 x^2 + 2 - 5 x + 4 x^3$, $B = -2 x - 2 x^3 + x^2 - 7$
 $A + B = \underline{2 x^3 - 2 x^2 - 7 x - 5}$
 $A - B = \underline{6 x^3 - 4 x^2 - 3 x + 9}$
- (2) $A = 5 x^2 + 2 x y - y^2$, $B = -3 x^2 + 4 x y - 2 y^2$
 $A + B = \underline{2 x^2 + 6 x y - 3 y^2}$
 $A - B = \underline{8 x^2 - 2 x y + y^2}$

（解説1）指数法則

$$[1] a^3 \cdot a^5 = a^8 \quad [2] (a^3)^5 = a^{15} \quad [3] (a^2 b^3)^4 = a^8 b^{12}$$

問4. 次の式を計算せよ。

- (1) $(a^3 b^2)^5 = \underline{a^{3 \times 5} \cdot b^{2 \times 5} = a^{15} \cdot b^{10}}$ 注：・は×と同じく掛け算の意味
- (2) $(3 a b)^2 \times (-2 a^3 b) = \underline{-18 a^{2+3} \cdot b^{2+1} = -18 a^5 \cdot b^3}$

問5. 次の式を展開せよ。

- (1) $x y z (x - 2 y + 3 z) = \underline{x^2 y z - 2 x y^2 z + 3 x y z^2}$

- (2) $(2 a^2 - a - 3)(a + 2)$
 $= \underline{2 a^3 + 4 a^2 - a^2 - 2 a - 3 a - 6}$
 $= \underline{2 a^3 + 3 a^2 - 5 a - 6}$

別解

$$\begin{array}{r} 2 a^2 - a - 3 \\ \times \quad a + 2 \\ \hline 4 a^2 - 2 a - 6 \\ 2 a^3 - a^2 - 3 a \\ \hline 2 a^3 + 3 a^2 - 5 a - 6 \end{array}$$

（解説2）《展開公式》

$$\left. \begin{array}{l} (a+b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2 \quad \Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)^2 = \bigcirc^2 + 2 \bigcirc \triangle + \triangle^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2 a b + b^2 \quad \Longleftarrow (\bigcirc - \triangle)^2 = \bigcirc^2 - 2 \bigcirc \triangle + \triangle^2 \end{array} \right\} \text{と覚えよ！}$$

問6. 上の《展開公式》を用いて、次の式を展開せよ。

- (1) $(3 a - 2 b)^2 = \underline{9 a^2 - 12 a b + 4 b^2}$
- (2) $(3 x + 5 y)^2 = \underline{9 x^2 + 30 x y + 25 y^2}$
- (3) $(2 x - 5)^2 = \underline{4 x^2 - 20 x + 25}$

（準備1）たとえば、 $(4 x + 5)(x^2 + 3 x - 2)$ を展開するとき、次のように考えて展開すると、ラクに計算できる。

展開のテクニック $(4 x + 5)(x^2 + 3 x - 2)$ の展開について

《考え方》 この式を展開すると3次式であることは明らかである。したがって、 x^3 , x^2 , x , 定数項のそれぞれの係数が分かればよい。

- (1) x^3 の係数はいくらか。 4
- (2) x^2 の係数は 2つの と の和である。いくらか。 17
- (3) x の係数は 2つの と の和である。いくらか。 7
- (4) 定数項はいくらか。 -10
- (5) (1)～(4)より、展開した式をかけ。与式= $4 x^3 + 17 x^2 + 7 x - 10$

問7. 上の（準備1）の 展開のテクニック を用いて、次の式を展開してみよ。

- (1) $(x + 4)(x - 3) = \underline{x^2 + x - 12}$
- (2) $(2 x + 3)(3 x + 4) = \underline{6 x^2 + 17 x + 12}$
- (3) $(2 a^2 - a - 3)(a + 2) = \underline{2 a^3 + 3 a^2 - 5 a - 6}$

問8. 展開のテクニック の考え方で、 $x^2, x y, y^2$ の係数を求めて次の式を展開せよ。

- (1) $(3 x + y)(4 x + 3 y) = \underline{12} x^2 + \underline{13} x y + \underline{3} y^2$
- (2) $(3 x - y)(4 x - 3 y) = \underline{12} x^2 - \underline{13} x y + \underline{3} y^2$
- (3) $(x - 2 y)(3 x - y) = \underline{3 x^2 - 7 x y + 2 y^2}$
- (4) $(3 x - y)(4 x + 3 y) = \underline{12 x^2 + 5 x y - 3 y^2}$

《展開公式》 $(a x + b)(c x + d) = \underline{a c} x^2 + (\underline{a d + b c}) x + \underline{b d}$

展開のテクニック の考え方で、 $a^2, a b, b^2$ の係数を求めることより、上の展開公式に加えて、次の展開公式が得られる

《展開公式》 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

（解説3）《展開公式》

$$(a x + b)(c x + d) = a c x^2 + (a d + b c) x + b d$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

問9. 上の《展開公式》を用いて、次の式を展開せよ。

- (1) $(2 x + 3)(x + 4) = \underline{2 x^2 + 11 x + 12}$
- (2) $(3 a - 2)(2 a + 5) = \underline{6 a^2 + 11 a - 10}$
- (3) $(3 x + 2 y)(x - 4 y) = \underline{3 x^2 - 10 x y - 8 y^2}$
- (4) $(3 a - 2 b)(4 a - 3 b) = \underline{12 a^2 - 17 a b + 6 b^2}$
- (5) $(5 x + 4)(5 x - 4) = \underline{25 x^2 - 16}$ $\Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)$ の形
- (6) $(3 x + 2 y)(3 x - 2 y) = \underline{9 x^2 - 4 y^2}$ $\Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)$ の形
- (7) $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1) = \underline{\{(x + 1)(x - 1)\}(x^2 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = x^4 - 1}$ $\Longleftarrow (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)(\bigcirc^2 + \triangle^2)$ の形
- (8) $(x + 1)^2(x - 1)^2 = \underline{\{(x + 1)(x - 1)\}^2 = (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2 x^2 + 1}$ $\Longleftarrow \{(\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)\}^2$ の形から展開

《展開の応用問題》

問10. 《展開公式》を用いて、次の式を展開せよ。

- (1) $x(x + 1)(x^2 + x) = \underline{x(x + 1)x(x + 1) = x^2(x^2 + 2 x + 1)}$
 $= (x^2 + x)(x^2 + x) = (x^2 + x)^2 = \underline{x^4 + 2 x^3 + x^2}$
- (2) $(a + 2 b)^2(a - 2 b)^2$
 $= \underline{\{(a + 2 b)(a - 2 b)\}^2 = (a^2 - 4 b^2)^2 = a^4 - 8 a^2 b^2 + 16 b^4}$
- (3) $(x + 2)(x^2 - 2 x + 4) = \underline{x^3 + 8}$
- (4) $(x - 3)(x^2 + 3 x + 9) = \underline{x^3 - 27}$
- (5) $(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$
 $= \underline{\{(a + b)(a - b)\}(a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4}$
- (6) $(2 x + y)^2(2 x - y)^2$
 $= \underline{\{(2 x + y)(2 x - y)\}^2 = (4 x^2 - y^2)^2 = 16 x^4 - 8 x^2 y^2 + y^4}$

【参考】《3次式の展開公式》

$$\begin{array}{l} (a + b)(a^2 - a b + b^2) = a^3 + b^3 \\ (a - b)(a^2 + a b + b^2) = a^3 - b^3 \end{array}$$

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：多項式の乗法（2）

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

(1) $2xy + 3x + y - 3 =$ (x)

(2) $2x^2 - 3xy + y^2 + 5x - 4y + 1 =$ (x)

(3) $a^2b - b^2c - b^3 + a^2c =$ (次数の最も低い文字)

（復2）次の式を展開せよ。

A《公式》 $(a + b)^2 =$

 《公式》 $(a - b)^2 =$

(1) $(2a + b)^2 =$

(2) $(3x - 2y)^2 =$

(3) $(-2x - y)^2 =$

B《公式》 $(ax + b)(cx + d) =$

(1) $(a + 3)(a - 1) =$

(2) $(4x + 1)(3x - 2) =$

(3) $(2x + 3y)(3x - y) =$

(4) $(a - 3b)(2a + b) =$

C《公式》 $(a + b)(a - b) =$

(1) $(2x + 1)(2x - 1) =$

(2) $(x + 2y)(x - 2y) =$

(3) $(4a + 3b)(4a - 3b) =$

(4) $\{(x + y) + 1\}\{(x + y) - 1\} =$ (4)のヒント
 $\left\{ \begin{array}{l} x+y \text{を} \bigcirc, 1 \text{を} \triangle \text{とすると、(4)の式は} \\ \bigcirc + \triangle \bigcirc - \triangle \end{array} \right\}$ の形になる。

（準備1）たとえば、 $(3x + 2)(x^2 + 5x - 3)$ を展開するとき、次のように考えて展開すると、ラクに計算できる。

展開のテクニック $(3 \overbrace{x+2}^{\overbrace{x^2+5x-3}})(x^2+5x-3)$ の展開について

《考え方》 この式を展開すると3次式であることは明らかである。したがって、 x^3 、 x^2 、 x 、定数項のそれぞれの係数が分かればよい。

- (1) x^3 の係数はいくらか。
 (2) x^2 の係数は 2つの と の和である。いくらか。
 (3) x の係数は 2つの と の和である。いくらか。
 (4) 定数項はいくらか。
 (5) (1)～(4)より、展開した式をかけ。与式=

（復3）**展開のテクニック**を用いて、次の□の数を求めよ。

(1) $(4x - 5)(3x + 2) = 12x^2 - \square x - \square$

(2) $(3x + 4)(2x - 1) = 6x^2 + \square x - \square$

(3) $(3x + 5)(x^2 + 3x - 2) = 3x^3 + \square x^2 + \square x - 10$

(4) $(2x + 3)(x^2 - 4x - 3) = 2x^3 - \square x^2 - \square x - 9$

(5) $(4x - 3)(2x^2 + 3x - 2) =$

例題1 $(a + b + c)^2$ を次の【考え方】で展開せよ。

【考え方】 $a + b$ を○、 c を△とおくと、

$(a + b + c)^2 = (\bigcirc + \triangle)^2 = \bigcirc^2 + 2\bigcirc\triangle + \triangle^2$

(解) 与式= $\{(a + b) + c\}^2 =$

（解説1）上の**例題1**で展開した式も《公式》として次の形で覚えること！
 $(\bigcirc + \triangle + \square)^2 = \bigcirc^2 + \triangle^2 + \square^2 + 2\bigcirc\triangle + 2\triangle\square + 2\bigcirc\square$
 例えば、 $(a - 2b + 3c)^2$ を展開するとき、 $\{a + (-2b) + 3c\}^2$ と考えて
 $\{\textcircled{a} + \textcircled{-2b} + \textcircled{3c}\}^2 = \textcircled{a}^2 + \textcircled{-2b}^2 + \textcircled{3c}^2 + 2\textcircled{a}\textcircled{-2b} + 2\textcircled{-2b}\textcircled{3c} + 2\textcircled{a}\textcircled{3c}$
 $= a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 4ab - 12bc + 6ac$
 と展開すればよい。

問1. （解説1）の《公式》を用いて、次の式を展開せよ。

(1) $(a + b + 2)^2 =$

(2) $(x + y - z)^2 =$

(3) $(2a + b - 3c)^2 =$

(4) $(a - b - c)^2 =$

(5) $(x + 2y - z)^2 =$

(6) $(x^2 + x - 1)^2 =$

〈展開の応用問題〉

問2. $\boxed{(\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle) = \bigcirc^2 - \triangle^2}$ の《公式》が使えるように、次の式において○と△を決めて展開せよ。

(1) $(a + b + c)(a + b - c) =$

(2) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = \{(\quad) + \quad \} \{ (\quad) - \quad \}$
 $=$

(3) $(a + b - c)(a - b - c) = \{(\quad) + \quad \} \{ (\quad) - \quad \}$
 $=$

問3(1) $\boxed{(\bigcirc + 5)(\bigcirc - 3) = \bigcirc^2 + 2\bigcirc - 15}$ のような《展開公式》が使えるように、○を決めて、次の式を展開せよ。

$(x^2 + x + 5)(x^2 + x - 3) =$

(2) 上の(1)と同様の考え方で○を決めて展開せよ。

$(x^2 + 2x - 4)(x^2 + 2x + 1) =$

(3) 次の式の_____を引いた部分を先に計算し、(1)(2)と同様の考え方で展開せよ。

$(x - 1)(x + 1)(x + 3)(x + 5) = \underline{(x - 1)(x + 5)} \underline{(x + 1)(x + 3)}$
 $=$

問4. 次の式を展開せよ。

(1) $(a + b)^2(a - b)^2 =$

ヒント： $\{(\textcircled{a+b})(\textcircled{a-b})\}^2$ と同じ。_____を先に計算せよ。

(2) $(a + 2b - 3)(a + 2b + 3) =$

ヒント： $a + 2b$ を○と考え、与式は
 $\text{与式} = (\textcircled{a+2b} - 3)(\textcircled{a+2b} + 3)$

(3) $(x^2 + x + 2)(x^2 + x - 2) =$

ヒント： $x^2 + x$ を○と考え、与式は
 $\text{与式} = (\textcircled{x^2+x} + 2)(\textcircled{x^2+x} - 2)$

(4) $(x + y - z)(x - y - z) =$

ヒント：与式を $\{(x - z) + y\}\{(x - z) - y\}$ と並びかえる。

(5) $(a^2 + ab - b^2)(a^2 - ab - b^2) =$

ヒント：与式を $\{(a^2 - b^2) + ab\}\{(a^2 - b^2) - ab\}$ と並びかえて考える。

(6) $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4) =$

ヒント： $(a - 2)(a + 2)$ を先に計算する。

(7) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) =$

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式 (1) 数と式：多項式の乗法 (2)

(復1) 次の式を () 内の文字について、降べきの順に整理せよ。

- (1) $2xy + 3x + y - 3 = \underline{(2y+3)x + (y-3)}$ (x)
- (2) $2x^2 - 3xy + y^2 + 5x - 4y + 1$ $\xrightarrow{x(2y+3) \text{ はダメ}}$ (x)
 $= \underline{2x^2 + (-3y+5)x + (y^2 - 4y + 1)}$
- (3) $a^2b - b^2c - b^3 + a^2c$ (次数の最も低い文字)
 $= \underline{(a^2 - b^2)c + (a^2b - b^3)}$ $\leftarrow (a^2 - b^2)c + b(a^2 - b^2) \text{ でも可}$

(復2) 次の式を展開せよ。

A《公式》 $(a+b)^2 = \underline{a^2 + 2ab + b^2}$

《公式》 $(a-b)^2 = \underline{a^2 - 2ab + b^2}$

- (1) $(2a+b)^2 = \underline{4a^2 + 4ab + b^2}$
- (2) $(3x-2y)^2 = \underline{9x^2 - 12xy + 4y^2}$
- (3) $(-2x-y)^2 = \underline{4x^2 + 4xy + y^2}$
- B《公式》 $(ax+b)(cx+d) = \underline{acx^2 + (ad+bc)x + bd}$
- (1) $(a+3)(a-1) = \underline{a^2 + 2a - 3}$
- (2) $(4x+1)(3x-2) = \underline{12x^2 - 5x - 2}$
- (3) $(2x+3y)(3x-y) = \underline{6x^2 + 7xy - 3y^2}$
- (4) $(a-3b)(2a+b) = \underline{2a^2 - 5ab - 3b^2}$

C《公式》 $(a+b)(a-b) = \underline{a^2 - b^2}$

- (1) $(2x+1)(2x-1) = \underline{4x^2 - 1}$
- (2) $(x+2y)(x-2y) = \underline{x^2 - 4y^2}$
- (3) $(4a+3b)(4a-3b) = \underline{16a^2 - 9b^2}$

(4) $\{(x+y)+1\}\{(x+y)-1\}$ (4)のヒント
 $= \underline{(x+y)^2 - 1^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 1}$ $\left\{ \begin{array}{l} x+y \text{ を } \bigcirc, 1 \text{ を } \bigtriangleup \text{ とすると、(4)の式は} \\ \bigcirc + \bigtriangleup, \bigcirc - \bigtriangleup \text{ の形になる。} \end{array} \right.$

(準備1) たとえば、 $(3x+2)(x^2+5x-3)$ を展開するとき、次のように考えて展開すると、ラクに計算できる。

展開のテクニック $(3 \overbrace{x+2}^{\overbrace{x^2+5x-3}})$ の展開について

《考え方》 この式を展開すると3次式であることは明らかである。したがって、 x^3 , x^2 , x , 定数項のそれぞれの係数が分かればよい。

- (1) x^3 の係数はいくらか。 **3**
- (2) x^2 の係数は 2つの $\square$ と $\square$ の和である。いくらか。 **17**
- (3) x の係数は 2つの $\square$ と $\square$ の和である。いくらか。 **1**
- (4) 定数項はいくらか。 **-6**
- (5) (1)～(4)より、展開した式をかけ。与式= **$3x^3 + 17x^2 + x - 6$**

(復3) **展開のテクニック** を用いて、次の $\square$ の数を求めよ。

- (1) $(4x-5)(3x+2) = 12x^2 - \square x - \square$
- (2) $(3x+4)(2x-1) = 6x^2 + \square x - \square$
- (3) $(3x+\square)(\square x^2+3x-2) = 3x^3 + \square x^2 + \square x - 10$
- (4) $(2x+\square)(\square x^2-4x-3) = 2x^3 - \square x^2 - \square x - 9$
- (5) $(4x-3)(2x^2+3x-2) = \square x^3 + \square x^2 - \square x + \square$

例題1 $(a+b+c)^2$ を次の【考え方】で展開せよ。

【考え方】 $a+b$ を $\bigcirc$, c を $\bigtriangleup$ とくと、
 $(a+b+c)^2 = (\bigcirc + \bigtriangleup)^2 = \bigcirc^2 + 2\bigcirc\bigtriangleup + \bigtriangleup^2$

(解) 与式= $\{(a+b)+c\}^2 = \underline{(a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2}$
 $= \underline{a^2 + b^2 + 2ab + 2ac + 2bc + c^2}$
 $\left[= \underline{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca} \right]$

(解説1) 上の**例題1**で展開した式も《公式》として次の形で覚えること！
 $(\bigcirc + \bigtriangleup + \square)^2 = \bigcirc^2 + \bigtriangleup^2 + \square^2 + 2\bigcirc\bigtriangleup + 2\bigtriangleup\square + 2\bigcirc\square$
例えば、 $(a-2b+3c)^2$ を展開するとき、 $\{a+(-2b)+3c\}^2$ と考えて
 $\{ \textcircled{a} + \textcircled{-2b} + \textcircled{3c} \}^2 = \textcircled{a}^2 + \textcircled{-2b}^2 + \textcircled{3c}^2 + 2\textcircled{a} \textcircled{-2b} + 2\textcircled{-2b} \textcircled{3c} + 2\textcircled{a} \textcircled{3c}$
 $= a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 4ab - 12bc + 6ac$
と展開すればよい。

問1. (解説1)の《公式》を用いて、次の式を展開せよ。

- (1) $(a+b+2)^2 = \underline{a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4b + 4a}$
 $\xrightarrow{a^2 + b^2 + 2ab + 4a + 4b + 4 \text{ の方が降べきの順になって見やすい。}}$
- (2) $(x+y-z)^2 = \underline{x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2xz}$ $\xrightarrow{zx \text{ でも可}}$
- (3) $(2a+b-3c)^2 = \underline{4a^2 + b^2 + 9c^2 + 4ab - 6bc - 12ac}$
- (4) $(a-b-c)^2 = \underline{a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ac}$ $\xrightarrow{ca \text{ でも可}}$
- (5) $(x+2y-z)^2 = \underline{x^2 + 4y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 2xz}$
- (6) $(x^2+x-1)^2$
 $= \underline{x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 - 2x - 2x^2 = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1}$

《展開の応用問題》

問2. $(\bigcirc + \bigtriangleup)(\bigcirc - \bigtriangleup) = \bigcirc^2 - \bigtriangleup^2$ の《公式》が使えるように、次の式において $\bigcirc$ と $\bigtriangleup$ を決めて展開せよ。

- (1) $(\textcircled{a+b} + c)(\textcircled{a+b} - c)$
 $= \{(\textcircled{a+b}) + c\}\{(\textcircled{a+b}) - c\}$
 $= (\textcircled{a+b})^2 - c^2 = \underline{a^2 + b^2 + 2ab - c^2}$ $\xrightarrow{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab \text{ でも可}}$
- (2) $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
 $= \{(x^2+y^2) + xy\}\{(x^2+y^2) - xy\}$
 $= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - x^2y^2 = \underline{x^4 + y^4 + x^2y^2}$
- (3) $(a+b-c)(a-b-c)$
 $= \{(\textcircled{a-c}) + b\}\{(\textcircled{a-c}) - b\}$
 $= (\textcircled{a-c})^2 - b^2 = \underline{a^2 - b^2 + c^2 - 2ac}$ $\xrightarrow{a^2 - b^2 + c^2 - 2ac \text{ でも可}}$

問3(1) $(\bigcirc + 5)(\bigcirc - 3) = \bigcirc^2 + 2\bigcirc - 15$ のような《展開公式》が使えるように、 $\bigcirc$ を決めて、次の式を展開せよ。

$(\textcircled{x^2+x} + 5)(\textcircled{x^2+x} - 3)$ $\xrightarrow{x^2+x=X \text{ とおくと、} (X+5)(X-3)=X^2+2X-15}$
 $= (x^2+x)^2 + 2(x^2+x) - 15$
 $= x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 15$
 $= \underline{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - 15}$

(2) 上の(1)と同様の考え方で $\bigcirc$ を決めて展開せよ。
 $(\textcircled{x^2+2x} - 4)(\textcircled{x^2+2x} + 1)$ $\xrightarrow{x^2+2x=X \text{ とおくと、} (X-4)(X+1)=X^2-3X-4}$
 $= (x^2+2x)^2 - 3(x^2+2x) - 4$
 $= x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 - 6x - 4$
 $= \underline{x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x - 4}$

(3) 次の式の $\square$ を引いた部分を先に計算し、(1)(2)と同様の考え方で展開せよ。
 $(x-1)(x+1)(x+3)(x+5) = \underline{(x-1)(x+5)}(\underline{x+1}(x+3))$
 $= (\textcircled{x^2+4x} - 5)(\textcircled{x^2+4x} + 3)$ $\xrightarrow{x^2+4x=X \text{ とおくと、} (X-5)(X+3)=X^2-2X-15}$
 $= (x^2+4x)^2 - 2(x^2+4x) - 15$
 $= x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 2x^2 - 8x - 15$
 $= \underline{x^4 + 8x^3 + 14x^2 - 8x - 15}$

問4. 次の式を展開せよ。

- (1) $(a+b)^2(a-b)^2$ ヒント： $\{(a+b)(a-b)\}^2$ と同じ。 $\square$ を先に計算せよ。
 $= \{(a+b)(a-b)\}^2 = (a^2-b^2)^2 = \underline{a^4 - 2a^2b^2 + b^4}$
- (2) $(\textcircled{a+2b} - 3)(\textcircled{a+2b} + 3)$ ヒント： $a+2b$ を $\bigcirc$ と考えると、与式は
 $= (a+2b)^2 - 3^2$ 与式= $(\bigcirc-3)(\bigcirc+3)$
 $= \underline{a^2 + 4b^2 + 4ab - 9}$
- (3) $(\textcircled{x^2+x} + 2)(\textcircled{x^2+x} - 2)$ ヒント： x^2+x を $\bigcirc$ と考えると、与式は
 $= (x^2+x)^2 - 4$ 与式= $(\bigcirc+2)(\bigcirc-2)$
 $= \underline{x^4 + 2x^3 + x^2 - 4}$

(4) $(x+y-z)(x-y-z)$ ヒント：与式を $\{(x-z)+y\}\{(x-z)-y\}$ と並びかえる。
 $= \{(x-z)+y\}\{(x-z)-y\}$
 $= (x-z)^2 - y^2 = \underline{x^2 + z^2 - 2xz - y^2}$ $\xrightarrow{x^2 - y^2 + z^2 - 2zx \text{ でも可}}$

(5) $(a^2+ab-b^2)(a^2-ab-b^2)$ ヒント：与式を $\{(a^2-b^2)+ab\}\{(a^2-b^2)-ab\}$ と並びかえて考える。
 $= \{(a^2-b^2)+ab\}\{(a^2-b^2)-ab\}$
 $= (a^2-b^2)^2 - (ab)^2 = a^4 + b^4 - 2a^2b^2 - a^2b^2 = \underline{a^4 + b^4 - 3a^2b^2}$

(6) $(a-2)(a+2)(a^2+4)$ ヒント： $(a-2)(a+2)$ を先に計算する。
 $= \{(a-2)(a+2)\}(a^2+4)$
 $= (a^2-4)(a^2+4) = (a^2)^2 - 4^2 = \underline{a^4 - 16}$

(7) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$
 $= \{(x-y)(x+y)\}(x^2+y^2)(x^4+y^4)$
 $= (x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4) = (x^4-y^4)(x^4+y^4) = \underline{x^8 - y^8}$

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

(1) $a^2 - 3ab + 2a^2b + a - 1 =$ (a)

(2) $3x^2 - 5xy - 2y^2 + 5x + 4y - 2 =$ (x)

(3) $a^2c + bc^2 + a^2b + c^3 =$ (次数の最も低い文字)

(1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(3) $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

(4) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

(5) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

（復2）次の式を展開せよ。

(1) $(2x + 3y)^2 =$

(2) $(4a - 7b)^2 =$

(3) $(2x - 1)(3x + 2) =$

(4) $(3a - b)(2a + 3b) =$

(5) $(5x + 2y)(5x - 2y) =$

(6) $(a - 2b + 3c)^2 =$

（復3） $(\bigcirc + \Delta)(\bigcirc - \Delta) = \bigcirc^2 - \Delta^2$ の《展開公式》が使えるように、次の式において $\bigcirc$ と Δ を決めて展開せよ。

(1) $(x + y + z)(x + y - z) =$

(2) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = \{(\quad) + \quad \} \{ (\quad) - \quad \}$

(3) $(x + 2y - z)(x - 2y - z) = \{(\quad) + \quad \} \{ (\quad) - \quad \}$

（復4）(1) $(\bigcirc + 3)(\bigcirc - 5) = \bigcirc^2 - 2\bigcirc - 15$ のような《展開公式》が使えるように $\bigcirc$ を決めて、次の式を展開せよ。

$(x^2 + x + 3)(x^2 + x - 5) =$

(2) 上の (1) と同様の考え方で $\bigcirc$ を決めて展開せよ。
 $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x - 4) =$

(3) 次の式の _____ を引いた部分を先に計算し、(1)(2) と同様の考え方で展開せよ。
 $(x - 1)(x + 1)(x + 2)(x + 4) = \underline{(x - 1)(x + 4)} \underline{(x + 1)(x + 2)}$
 $=$

（復5）次の式を展開せよ。

(1) $(x + 1)^2(x - 1)^2 =$ ヒント： $\{(x+1)(x-1)\}^2$ と同じ。 $\sim$ を先に計算せよ。

(2) $(x^2 + xy + 2y^2)(x^2 - xy + 2y^2) =$ ヒント： $\{(x^2+2y^2)+xy\}\{(x^2+2y^2)-xy\}$ と並びかえて考える。

(3) $(a - b - 2c)(a + b - 2c) =$ ヒント： $\{(a-2c)-b\}\{(a-2c)+b\}$ と並びかえる。

(4) $(2x + 1)(2x - 1)(4x^2 + 1) =$ ヒント： $(2x+1)(2x-1)$ を先に計算する。

(5) $(3 + 2x - x^2)^2 =$ ヒント： $(\bigcirc + \Delta + \square)^2 = \bigcirc^2 + \Delta^2 + \square^2 + 2\bigcirc\Delta + 2\Delta\square + 2\bigcirc\square$

因数分解

(解説1) 因数分解のマニュアル。
(手順1) 共通因数があれば、くくり出す。
(手順2) 因数分解の《公式》が使えるものは、公式で因数分解する。
(手順3) (手順1)や(手順2)が使えないときは、次数の最も低い文字について降べきの順に並べる。
【1】その文字が1次るとき ⇒ 必ずできる！（次々回のプリントで練習）
【2】その文字が2次るとき ⇒ 必ずできる！（次々回のプリントで練習）

今回は(手順1)と(手順2)の練習が中心！

(手順1) 共通因数をくくり出す。
例. $9xy^3 - 6x^2y^2 = 3xy^2 \cdot 3y - 3xy^2 \cdot 2x = 3xy^2(3y - 2x)$

問1. (手順1)の考え方で、次の整式を因数分解せよ。

(1) $6a^2b + 3ab^2 =$

(2) $2x^2y - 6xy^2 + 10xyz =$

(3) $a(x - y) + b(y - x) = a(x - y) - b(\quad) =$

(手順2) 《公式》を使って因数分解する。
 $\bigcirc^2 - \Delta^2 = (\bigcirc + \Delta)(\bigcirc - \Delta)$ (《展開公式》の逆になっているだけ。)

問2. 《公式》 $\bigcirc^2 - \Delta^2 = (\bigcirc + \Delta)(\bigcirc - \Delta)$ を使って因数分解せよ。

(1) $x^2 - y^2 =$ (2) $a^2 - 16b^2 =$

(3) $(x + 1)^2 - y^2 =$

問3. 《公式》 $\bigcirc^2 - \Delta^2 = (\bigcirc + \Delta)(\bigcirc - \Delta)$ を2回使って因数分解せよ。

(1) $x^4 - 1 =$ (2) $a^4 - 81 =$ (3) $x^4 - 16y^4 =$

問4. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - (y - 2)^2 =$

(2) $(x^2 + 1)^2 - 4 =$ (2) (2回公式を使うことに注意！)

(3) $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 =$ (3) (公式を使ってからさらに…)

たすき掛けの練習

(解説2) 例1. $6x^2 - 13x - 15$ を因数分解せよ。
【考え方】(ア) x^2 の係数 6 は 1×6 か 2×3 の2通りが考えられる。
(イ) 定数 -15 は $(-1) \times 15$, $1 \times (-15)$, $(-3) \times 5$, $3 \times (-5)$ の4通りが考えられる。
この(ア)(イ)をうまく組み合わせ、次のような「たすき掛け」を作って x の係数が -13 になるようなものを見つける。

たすき掛けの失敗例1	たすき掛けの失敗例2	たすき掛けの成功例
$\begin{array}{r} 1 \times -1 = -6 \\ 6 \times 15 = 15 \end{array}$ → ⑨ −13でないのでダメ	$\begin{array}{r} 2 \times -3 = -9 \\ 3 \times 5 = 10 \end{array}$ → ① −13でないのでダメ	$\begin{array}{r} 1 \times -3 = -18 \\ 6 \times 5 = 5 \end{array}$ → ①3 −13でなるので正しい
右上の成功例 $\square$ が正しいので、このことより $6x^2 - 13x - 15 = (\underline{x - 3})(\underline{6x + 5})$ と書き表す。		

問5. 上の例1. の「たすき掛け」の要領で（他のやり方はダメ！）、次の式を因数分解せよ。書き方は次の例2の要領で書くこと。

例2. $2x^2 - 9x - 5 = \underline{(2x + 1)(x - 5)}$ (1) $2x^2 - 3x + 1 =$

(2) $2x^2 + 7x + 3 =$ (3) $2x^2 - 13x + 6 =$

(4) $3x^2 - 14x - 5 =$ (5) $3x^2 - 5x + 2 =$

(6) $2x^2 - 7x + 6 =$ (7) $4x^2 + 8x - 21 =$

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

- (1) $a^2 - 3ab + 2a^2b + a - 1 = \underline{(2b+1)a^2 + (-3b+1)a - 1}$ (a)
(2) $3x^2 - 5xy - 2y^2 + 5x + 4y - 2 = \underline{3x^2 + (-5y+5)x + (-2y^2+4y-2)}$ (x)
 $\underline{3x^2 - 5(y-1)x - 2(y^2 - 2y + 1) \text{でも可}}$
(3) $a^2c + bc^2 + a^2b + c^3$ (次数の最も低い文字)
 $= \underline{(a^2+c^2)b + c(a^2+c^2)}$ $\underline{(a^2+c^2)b + c(a^2+c^2) \text{でも可}}$

(1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(3) $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

(4) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(5) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

（復2）次の式を展開せよ。

- (1) $(2x+3y)^2 = \underline{4x^2 + 12xy + 9y^2}$
(2) $(4a-7b)^2 = \underline{16a^2 - 56ab + 49b^2}$
(3) $(2x-1)(3x+2) = \underline{6x^2 + x - 2}$
(4) $(3a-b)(2a+3b) = \underline{6a^2 + 7ab - 3b^2}$
(5) $(5x+2y)(5x-2y) = \underline{25x^2 - 4y^2}$
(6) $(a-2b+3c)^2 = \underline{a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 4ab - 12bc + 6ac}$ $\underline{ca \text{可}}$

（復3） $\boxed{(O+\Delta)(O-\Delta)=O^2-\Delta^2}$ の《展開公式》が使えるように、次の式において○と△を決めて展開せよ。

- (1) $(x+y+z)(x+y-z) = \{(x+y)+z\}\{(x+y)-z\} = (x+y)^2 - z^2 = \underline{x^2 + y^2 + 2xy - z^2}$ $\underline{x^2 + y^2 - z^2 + 2xy \text{でも可}}$
(2) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) = \{(a^2+b^2)+ab\}\{(a^2+b^2)-ab\} = (a^2+b^2)^2 - (ab)^2 = a^4 + b^4 + 2a^2b^2 - a^2b^2 = \underline{a^4 + b^4 + a^2b^2}$
(3) $(x+2y-z)(x-2y-z) = \{(x-z)+2y\}\{(x-z)-2y\} = (x-z)^2 - (2y)^2 = \underline{x^2 + z^2 - 2xz - 4y^2}$ $\underline{x^2 - 4y^2 + z^2 - 2zx \text{でも可}}$

（復4）(1) $\boxed{(O+3)(O-5)=O^2-2O-15}$ のような《展開公式》が使えるように○を決めて、次の式を展開せよ。

$(x^2+x+3)(x^2+x-5)$
 $= (x^2+x)^2 - 2(x^2+x) - 15$
 $= \underline{x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x - 15 = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - 15}$

$x^2+x=X$ とおくと、
 $\boxed{(X+3)(X-5)=X^2-2X-15}$

(2) 上の(1)と同様の考え方で○を決めて展開せよ。

$(x^2+3x+1)(x^2+3x-4)$
 $= (x^2+3x)^2 - 3(x^2+3x) - 4$
 $= \underline{x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 3x^2 - 9x - 4 = x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 9x - 4}$

$x^2+3x=X$ とおくと、
 $\boxed{(X+1)(X-4)=X^2-3X-4}$

(3) 次の式の _____ を引いた部分を先に計算し、(1)(2)と同様の考え方で展開せよ。

$(x-1)(x+1)(x+2)(x+4) = (x-1)(x+4)(x+1)(x+2)$
 $= (x^2+3x-4)(x^2+3x+2)$
 $= (x^2+3x)^2 - 2(x^2+3x) - 8$
 $= \underline{x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 2x^2 - 6x - 8 = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8}$

$x^2+3x=X$ とおくと、
 $\boxed{(X-4)(X+2)=X^2-2X-8}$

（復5）次の式を展開せよ。

- (1) $(x+1)^2(x-1)^2$ ヒント： $\{(x+1)(x-1)\}^2$ と同じ。 _____ を先に計算せよ。
 $= \{(x+1)(x-1)\}^2 = (x^2-1)^2 = \underline{x^4 - 2x^2 + 1}$
(2) $(x^2+xy+2y^2)(x^2-xy+2y^2)$ ヒント： $\{(x^2+2y^2)+xy\}\{(x^2+2y^2)-xy\}$ と並びかえて考える。
 $= \{(x^2+2y^2)+xy\}\{(x^2+2y^2)-xy\} = (x^2+2y^2)^2 - (xy)^2 = x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - x^2y^2 = \underline{x^4 + 4y^4 + 3x^2y^2}$
(3) $(a-b-2c)(a+b-2c)$ ヒント： $\{(a-2c)-b\}\{(a-2c)+b\}$ と並びかえる。
 $= \{(a-2c)-b\}\{(a-2c)+b\} = (a-2c)^2 - b^2 = \underline{a^2 + 4c^2 - 4ac - b^2}$ $\underline{a^2 - b^2 + 4c^2 - 4ca \text{でも可}}$
(4) $(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)$ ヒント： $(2x+1)(2x-1)$ を先に計算する。
 $= \{(2x+1)(2x-1)\}(4x^2+1) = (4x^2-1)(4x^2+1) = (4x^2)^2 - 1^2 = \underline{16x^4 - 1}$
(5) $(3+2x-x^2)^2$ ヒント： $(O+\Delta+\square)^2 = O^2 + \Delta^2 + \square^2 + 2O\Delta + 2\Delta\square + 2O\square$
 $= \underline{9 + 4x^2 + x^4 + 12x - 4x^3 - 6x^2}$
 $= \underline{x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9}$

（解説1）因数分解のマニュアル。

（手順1）共通因数があれば、くくり出す。

（手順2）因数分解の《公式》が使えるものは、公式で因数分解する。

（手順3）（手順1）や（手順2）が使えないときは、次数の最も低い文字について降べきの順に並べる。

- 【1】その文字が1次るとき ⇒ 必ずできる！（次々回のプリントで練習）
【2】その文字が2次るとき ⇒ 必ずできる！（次々回のプリントで練習）

今回は（手順1）と（手順2）の練習が中心！

（手順1）共通因数をくくり出す。

例. $9xy^3 - 6x^2y^2 = \underline{3xy^2} \cdot 3y - \underline{3xy^2} \cdot 2x = \underline{3xy^2}(3y-2x)$

問1.（手順1）の考え方で、次の整式を因数分解せよ。

- (1) $6a^2b + 3ab^2 = \underline{3ab(2a+b)}$
(2) $2x^2y - 6xy^2 + 10xyz = \underline{2xy(x-3y+5z)}$
(3) $a(x-y) + b(y-x) = a(x-y) - b(x-y) = \underline{(x-y)(a-b)}$

（手順2）《公式》を使って因数分解する。

$O^2 - \Delta^2 = (O+\Delta)(O-\Delta)$ (《展開公式》の逆になっているだけ。)

問2.《公式》 $O^2 - \Delta^2 = (O+\Delta)(O-\Delta)$ を使って因数分解せよ。

- (1) $x^2 - y^2 = \underline{(x+y)(x-y)}$ (2) $a^2 - 16b^2 = \underline{(a+4b)(a-4b)}$
(3) $(x+1)^2 - y^2 = \{(x+1)+y\}\{(x+1)-y\} = \underline{(x+y+1)(x-y+1)}$ $\underline{(x+1+y)(x+1-y) \text{でも可}}$

問3.《公式》 $O^2 - \Delta^2 = (O+\Delta)(O-\Delta)$ を2回使って因数分解せよ。

- (1) $x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2 = (x^2+1)(x^2-1) = \underline{(x^2+1)(x+1)(x-1)}$ 例 $a^4 - b^4 = (a^2+b^2)(a^2-b^2) = (a^2+b^2)(a+b)(a-b)$
(2) $a^4 - 81 = (a^2)^2 - 9^2 = (a^2+9)(a^2-9) = \underline{(a^2+9)(a+3)(a-3)}$
(3) $x^4 - 16y^4 = (x^2)^2 - (4y^2)^2 = (x^2+4y^2)(x^2-4y^2) = \underline{(x^2+4y^2)(x+2y)(x-2y)}$

問4. 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2 - (y-2)^2 = \{x+(y-2)\}\{x-(y-2)\} = \underline{(x+y-2)(x-y+2)}$
(2) $(x^2+1)^2 - 4 = \{(x^2+1)+2\}\{(x^2+1)-2\} = (x^2+3)(x^2-1) = \underline{(x^2+3)(x+1)(x-1)}$ (2) 2回公式を使うことに注意！
(3) $(a^2+b^2)^2 - 4a^2b^2 = \{(a^2+b^2)+2ab\}\{(a^2+b^2)-2ab\} = \underline{(a+b)^2(a-b)^2}$ (3) 公式を使ってからさらに…
 $\boxed{O^2 + \Delta^2 + 2O\Delta = (O+\Delta)^2}$, $\boxed{O^2 + \Delta^2 - 2O\Delta = (O-\Delta)^2}$

たすき掛けの練習

（解説2）例1. $6x^2 - 13x - 15$ を因数分解せよ。

【考え方】(ア) x^2 の係数6は 1×6 か 2×3 の2通りが考えられる。

(イ) 定数 -15 は $(-1) \times 15$, $1 \times (-15)$, $(-3) \times 5$, $3 \times (-5)$ の4通りが考えられる。

この(ア)(イ)をうまく組み合わせて、次のような「たすき掛け」を作って x の係数が -13 になるようなものを見つける。

たすき掛けの失敗例1

1	$\times$	-1	=	-6
6		15	=	15

→ ⑨

13でないのでダメ

たすき掛けの失敗例2

2	$\times$	-3	=	-9
3		5	=	10

→ ①

13でないのでダメ

たすき掛けの成功例

1	$\times$	-3	=	-18
6		5	=	5

→ ⑬

13でなるので正しい

右上の成功例 $\square$ が正しいので、このことより $\underline{\text{たすき掛けとは、このxの係数の計算。}}$

$6x^2 - 13x - 15 = (x-3)(6x+5)$ と書き表す。

問5. 上の例1. の「たすき掛け」の要領で（他のやり方はダメ!）、次の式を因数分解せよ。書き方は次の例2の要領で書くこと。

- 例2. $2x^2 - 9x - 5 = \underline{(2x+1)(x-5)}$ $\begin{matrix} 2 \times 1 = 1 \\ 1 \times -5 = -5 \\ \hline -9 \end{matrix}$ (1) $2x^2 - 3x + 1 = \underline{(2x-1)(x-1)}$ $\begin{matrix} 2 \times -1 = -1 \\ 1 \times -1 = -1 \\ \hline -2 \\ -3 \end{matrix}$
(2) $2x^2 + 7x + 3 = \underline{(2x+1)(x+3)}$ $\begin{matrix} 2 \times 1 = 1 \\ 1 \times 3 = 3 \\ \hline 7 \end{matrix}$ (3) $2x^2 - 13x + 6 = \underline{(2x-1)(x-6)}$ $\begin{matrix} 2 \times -1 = -1 \\ 1 \times -6 = -6 \\ \hline -13 \end{matrix}$
(4) $3x^2 - 14x - 5 = \underline{(3x+1)(x-5)}$ $\begin{matrix} 3 \times 1 = 1 \\ 1 \times -5 = -5 \\ \hline -14 \end{matrix}$ (5) $3x^2 - 5x + 2 = \underline{(3x-2)(x-1)}$ $\begin{matrix} 3 \times -2 = -6 \\ 1 \times -1 = -1 \\ \hline -5 \end{matrix}$
(6) $2x^2 - 7x + 6 = \underline{(2x-3)(x-2)}$ $\begin{matrix} 2 \times -3 = -6 \\ 1 \times -2 = -2 \\ \hline -7 \end{matrix}$ (7) $4x^2 + 8x - 21 = \underline{(2x+7)(2x-3)}$ $\begin{matrix} 2 \times 7 = 14 \\ 1 \times -3 = -3 \\ \hline 8 \end{matrix}$

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：因数分解（2）

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

(1)
$$2x^2+5xy+2y^2-4x+y-3$$

(x)

=

(2)
$$x^2+y^2+yz-xz-2xy$$

(次の最も低い文字)

=

（復2）次の式を展開せよ。

(1)
$$(x+3)(x-3)=$$

(2)
$$(3a+2b)(3a-2b)=$$

(3)
$$(2x+5)(3x-4)=$$

(4)
$$(3x+2y)(2x-5y)=$$

(5)
$$(a-b+c)^2=$$

(6)
$$(x-2y+3z)^2=$$

（復3）次の式を展開せよ。

(1)
$$(x+y+1)(x+y-1)$$

(ヒント x+yを0と考えると(0+1)(0-1))

=

(2)
$$(x+y+z)(x-y+z)$$

={()+ }{()- }

(3)
$$(x^2+x+3)(x^2+x-1)$$

=

(4)
$$(a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2)$$

=

（復4）次の式を因数分解せよ。

(1)
$$9a^2b-6ab^2=$$

(2)
$$(x+3y)z-2(x+3y)=$$

(3)
$$a(2x-y)+b(y-2x)$$

=a(2x-y)-b()=

(4)
$$4a^2-b^2=$$

(5)
$$x^4-1=$$

(ヒント (5)(6)は2回やる。)

(6)
$$(a^2+1)^2-4=$$

たすき掛けの練習

(解説1) 例1. $6x^2-13x-15$ を因数分解せよ。
【考え方】(ア) x^2 の係数 6 は 1×6 か 2×3 の2通りが考えられる。
(イ) 定数 -15 は $(-1)\times 15$, $1\times (-15)$, $(-3)\times 5$, $3\times (-5)$ の4通りが考えられる。
この(ア)(イ)をうまく組み合わせて、次のような **たすき掛け** を作って x の係数が -13 になるようなものを見つける。

たすき掛けの失敗例 1

$$\begin{array}{r} 1 \times -1 = -6 \\ 6 \times 15 = 15 \end{array}$$

⑨

-13 でないのでダメ

たすき掛けの失敗例 2

$$\begin{array}{r} 2 \times -3 = -9 \\ 3 \times 5 = 10 \end{array}$$

①

-13 でないのでダメ

たすき掛けの成功例

$$\begin{array}{r} 1 \times -3 = -18 \\ 6 \times 5 = 5 \end{array}$$

⑬

-13 であるので正しい

右上の成功例 が正しいので、このことより

$6x^2-13x-15=(x-3)(6x+5)$ と書き表す。

たすき掛けとは、この x の係数の計算。

問1. 上の例1. の **たすき掛け** の要領で（他のやり方はダメ!）、次の式を因数分解せよ。書き方は次の例2 の要領で書くこと。

例2.
$$2x^2-9x-5$$

=
$$(2x+1)(x-5)$$

$$\begin{array}{r} 2 \times 1 = 1 \\ 1 \times -5 = -10 \\ \hline -9 \end{array}$$

(1)
$$3x^2-4x+1$$

=

(2)
$$3x^2+7x+2$$

=

(3)
$$3x^2-11x+6$$

=

(4)
$$2x^2-11x+5$$

=

(5)
$$4x^2-11x+6$$

=

(解説2) 例3. $8x^2-26xy+15y^2$ を因数分解せよ。
(考え方) x を文字, y は数字と考えて $8x^2-26yx+15y^2$

$$\begin{array}{r} 4 \times -3y = -6y \\ 2 \times -5y = -10y \\ \hline -26y \end{array}$$

$8x^2-26xy+15y^2=(4x-3y)(2x-5y)$

この式は書かなくてもよい。

x について 2次式なので、(解説1)の **たすき掛け** と全く同様に考える。
右の **たすき掛け** より 与式は

x の係数 $-26y$ と一致している。

問2. 上の例3 の要領で、次の式を因数分解せよ。

(1)
$$x^2-4xy-5y^2$$

=

(2)
$$2x^2-7xy+5y^2$$

=

(3)
$$3x^2-8xy-3y^2$$

=

(4)
$$6a^2+ab-2b^2$$

=

問3. 次の式を因数分解せよ。

(1)
$$3x^2-7x+2$$

=

(2)
$$2x^2+9x+10$$

=

(3)
$$3x^2+5ax-2a^2$$

=

(4)
$$6x^2-7ax-3a^2$$

=

問4. **たすき掛け** で次の式を因数分解せよ。(x は文字, a は数字と考える。)

(1)
$$x^2+(a+1)x+a$$

=

(2)
$$ax^2+(a-1)x-1$$

=

(3)
$$x^2+(a-2)x-2a$$

=

(4)
$$ax^2+(a^2+1)x+a$$

=

問5. 上の問4. と同様に考えて、**たすき掛け** で次の式を因数分解せよ。

(1)
$$x^2+(2y+1)x+y(y+1)$$

=

(2)
$$x^2+(y+3)x-y(2y+3)$$

=

(3)
$$x^2+(3y+1)x+(y+4)(2y-3)$$

=

(4)
$$x^2-(y+4)x-(2y+1)(y-3)$$

=

_____置き換えて **たすき掛け** の練習 _____

問6. 次の式のある部分を○と考えて、2次式 $\bigcirc^2+4\bigcirc-12$ のような形の式を作り、**たすき掛け** を用いて因数分解せよ。

(1)
$$(x+y)^2+4(x+y)-12$$

ヒント

(1)
$$\begin{array}{r} x+y \text{ を } \bigcirc \text{ と考えると} \\ \bigcirc^2+4\bigcirc-12 \\ = \end{array}$$

(2)
$$(x-y)^2-6(x-y)+5$$

(3)
$$2(x+3)^2-5(x+3)+2$$

(4)
$$x^4-10x^2+9$$

ヒント

(4)
$$\begin{array}{r} x^2 \text{ を } \bigcirc \text{ と考えると} \\ \bigcirc^2-10\bigcirc+9 \\ = \end{array}$$

このあとさらに因数分解できる!

(5)
$$x^4-5x^2+4$$

(6)
$$4a^4-13a^2b^2+9b^4$$

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：因数分解（2）

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

(1) $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 4x + y - 3$ (x)
 $= 2x^2 + (5y - 4)x + (2y^2 + y - 3)$
(2) $x^2 + y^2 + yz - xz - 2xy$ (x)
 $= (-x + y)z + (x^2 + y^2 - 2xy)$

（復2）次の式を展開せよ。

(1) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
(2) $(3a + 2b)(3a - 2b) = 9a^2 - 4b^2$
(3) $(2x + 5)(3x - 4) = 6x^2 + 7x - 20$
(4) $(3x + 2y)(2x - 5y) = 6x^2 - 11xy - 10y^2$
(5) $(a - b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$
(6) $(x - 2y + 3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6xz$

（復3）次の式を展開せよ。

(1) $(x + y + 1)(x + y - 1)$ (ヒント x+yを0と考えると (0+1)(0-1))
 $= (x + y)^2 - 1 = x^2 + 2xy + y^2 - 1$
(2) $(x + y + z)(x - y + z)$
 $= \{(x + z) + y\}\{(x + z) - y\}$
 $= (x + z)^2 - y^2 = x^2 + z^2 + 2xz - y^2$
(3) $(x^2 + x + 3)(x^2 + x - 1)$
 $= (x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x) - 3$
 $= x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 3 = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - 3$
(4) $(a + 2b)(a - 2b)(a^2 + 4b^2)$
 $= (a^2 - 4b^2)(a^2 + 4b^2) = (a^2)^2 - (4b^2)^2 = a^4 - 16b^4$

（復4）次の式を因数分解せよ。

(1) $9a^2b - 6ab^2 = 3ab(3a - 2b)$
(2) $(x + 3y)z - 2(x + 3y) = (x + 3y)(z - 2)$
(3) $a(2x - y) + b(y - 2x)$
 $= a(2x - y) - b(2x - y) = (2x - y)(a - b)$
(4) $4a^2 - b^2 = (2a + b)(2a - b)$
(5) $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ (ヒント (5)(6)は2回やる。)
(6) $(a^2 + 1)^2 - 4 = \{(a^2 + 1) + 2\}\{(a^2 + 1) - 2\} = (a^2 + 3)(a^2 - 1)$
 $= (a^2 + 3)(a + 1)(a - 1)$

たすき掛けの練習

（解説1）例1. $6x^2 - 13x - 15$ を因数分解せよ。
【考え方】(ア) x^2 の係数 6 は 1×6 か 2×3 の2通りが考えられる。
(イ) 定数 -15 は $(-1) \times 15$, $1 \times (-15)$, $(-3) \times 5$, $3 \times (-5)$ の4通りが考えられる。
この(ア)(イ)をうまく組み合わせて、次のような **たすき掛け** を作って x の係数が -13 になるようなものを見つける。

たすき掛けの失敗例 1	たすき掛けの失敗例 2	たすき掛けの成功例
$\begin{array}{r} 1 \times -1 = -6 \\ 6 \times 15 = 15 \end{array}$ → ⑨ → -13 でないのでダメ	$\begin{array}{r} 2 \times -3 = -9 \\ 3 \times 5 = 10 \end{array}$ → ① → -13 でないのでダメ	$\begin{array}{r} 1 \times -3 = -18 \\ 6 \times 5 = 5 \end{array}$ → -13 → -13 であるので正しい

右上の成功例 $\square$ が正しいので、このことより **たすき掛けとは、このxの係数の計算。**
 $6x^2 - 13x - 15 = (x - 3)(6x + 5)$ と書き表す。

問1. 上の例1. の **たすき掛け** の要領で（他のやり方はダメ!）、次の式を因数分解せよ。書き方は次の例2. の要領で書くこと。

例2. $2x^2 - 9x - 5$
 $= (2x + 1)(x - 5)$
(1) $3x^2 - 4x + 1$
 $= (3x - 1)(x - 1)$
(2) $3x^2 + 7x + 2$
 $= (3x + 1)(x + 2)$
(3) $3x^2 - 11x + 6$
 $= (3x - 2)(x - 3)$
(4) $2x^2 - 11x + 5$
 $= (2x - 1)(x - 5)$
(5) $4x^2 - 11x + 6$
 $= (4x - 3)(x - 2)$

（解説2）例3. $8x^2 - 26xy + 15y^2$ を因数分解せよ。
（考え方） x を文字、 y は数字と考えて $8x^2 - 26xy + 15y^2$ を因数分解せよ。
 x について 2次式なので、（解説1）の **たすき掛け** と全く同様に考える。
右の **たすき掛け** より 与式は $8x^2 - 26xy + 15y^2 = (4x - 3y)(2x - 5y)$

この式は書かなくてもよい

xの係数-26yと一致している。

問2. 上の例3. の要領で、次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - 4xy - 5y^2$
 $= (x + y)(x - 5y)$
(2) $2x^2 - 7xy + 5y^2$
 $= (x - y)(2x - 5y)$
(3) $3x^2 - 8xy - 3y^2$
 $= (3x + y)(x - 3y)$
(4) $6a^2 + ab - 2b^2$
 $= (3a + 2b)(2a - b)$

問3. 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2 - 7x + 2$
 $= (3x - 1)(x - 2)$
(2) $2x^2 + 9x + 10$
 $= (2x + 5)(x + 2)$
(3) $3x^2 + 5ax - 2a^2$
 $= (3x - a)(x + 2a)$
(4) $6x^2 - 7ax - 3a^2$
 $= (2x - 3a)(3x + a)$

問4. **たすき掛け** で次の式を因数分解せよ。（ x は文字、 a は数字と考える。）

(1) $x^2 + (a + 1)x + a$
 $= (x + a)(x + 1)$
(2) $ax^2 + (a - 1)x - 1$
 $= (ax - 1)(x + 1)$
(3) $x^2 + (a - 2)x - 2a$
 $= (x + a)(x - 2)$
(4) $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$
 $= (ax + 1)(x + a)$

問5. 上の問4. と同様に考えて、**たすき掛け** で次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + (2y + 1)x + y(y + 1)$
 $= (x + y)(x + y + 1)$
(2) $x^2 + (y + 3)x - y(2y + 3)$
 $= (x - y)(x + 2y + 3)$
(3) $x^2 + (3y + 1)x + (y + 4)(2y - 3)$
 $= (x + y + 4)(x + 2y - 3)$
(4) $x^2 - (y + 4)x - (2y + 1)(y - 3)$
 $= \{x + (y - 3)\}\{x - (2y + 1)\}$
 $= (x + y - 3)(x - 2y - 1)$

置き換えて **たすき掛け** の練習

問6. 次の式のある部分を○と考えて、2次式 $\square^2 + 4\square - 12$ のような形の式を作り、**たすき掛け** を用いて因数分解せよ。

(1) $(x + y)^2 + 4(x + y) - 12$
 $= \{(x + y) - 2\}\{(x + y) + 6\}$
 $= (x + y - 2)(x + y + 6)$
(2) $(x - y)^2 - 6(x - y) + 5$
 $= \{(x - y) - 1\}\{(x - y) - 5\}$
 $= (x - y - 1)(x - y - 5)$
(3) $2(x + 3)^2 - 5(x + 3) + 2$
 $= \{2(x + 3) - 1\}\{(x + 3) - 2\}$
 $= (2x + 5)(x + 1)$
(4) $x^4 - 10x^2 + 9$
 $= (x^2 - 1)(x^2 - 9)$
 $= (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$
(5) $x^4 - 5x^2 + 4$
 $= (x^2 - 1)(x^2 - 4)$
 $= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$
(6) $4a^4 - 13a^2b^2 + 9b^4$
 $= (4a^2 - 13ab + 9b^2)$
 $= (4a - 9b)(a - b)$
 $= (4a^2 - 9b^2)(a^2 - b^2)$
 $= (2a + 3b)(2a - 3b)(a + b)(a - b)$

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：因数分解（3）

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

- (1) $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$
 =
- (2) $a^2+4b^2+2bc-ca-4ab$
 =

(x)

(次数の最も低い文字)

（復2）次の式を展開せよ。

- (1) $(3x-2)(5x+3)=$
- (2) $(2x+y)(2x-y)=$
- (3) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)=$
- (4) $(x-2y-3z)^2=$

（復3）次の式を因数分解せよ。

- (1) $(2x-y)z-3(2x-y)$
 =
- (2) $a(x-2y)+b(2y-x)$
 =
- (3) a^2-4b^2
 =
- (4) a^4-1
 =

- (5) $(x^2-1)y-3(x^2-1)$
 =

（復4）**たすき掛け**で次の式を因数分解せよ。書き方は次の 例1 の要領で書くこと。

- 例1. $2x^2-9x-5$
 $=\underline{(2x+1)(x-5)}$
- (1) $2x^2-7x+3$
 =

- (2) $2x^2+5x+3$
 =
- (3) $6x^2-11x+4$
 =

- (4) $x^2-4xy-5y^2$
 =
- (5) $6a^2+ab-2b^2$
 =

（準備1）**たすき掛け**で次の式を因数分解せよ。(x は文字，a は数字と考える。)

- (1) $x^2+(a+1)x+a$
 =
- (2) $ax^2+(a-2)x-2$
 =
- (3) $x^2+(a-3)x-3a$
 =
- (4) $ax^2+(a^2-1)x-a$
 =

（準備2）上の（準備1）と同様に考えて、**たすき掛け**で次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2+(2y+3)x+y(y+3)$
 =
- (2) $x^2+(3y-1)x+(y-4)(2y+3)$
 =
- (3) $x^2-(y+1)x-y(2y+1)$
 =
- (4) $x^2-(2y+3)x-(3y+1)(y-2)$
 =

（準備3）2次式 $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ …① を因数分解したい。

- (1) ① を x について降べきの順に並べよ。
 ① の式= $x^2+($) $x+$
- (2) 定数項 □ の部分 (y についての式)を因数分解せよ。
 定数項 □ の部分=
- (3) (1)(2)より 与式①は（準備2）の(1)～(4)のような形の式に表せた。このあと①を因数分解せよ。
 与式①= $x^2+($) $x+($) $($)
 =

問1. 左下（準備3）の要領で、次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$
 = $x^2+($) $x+($)
 = $x^2+($) $x+($) $($)
 =
- (2) $x^2+3xy+2y^2-2x-3y+1$
 = $x^2+($) $x+($)
 = $x^2+($) $x+($) $($)
 =

← x について降べきの順に

← 定数項を因数分解

← （準備2）の要領で因数分解

← x について降べきの順に

← 定数項を因数分解

← （準備2）の要領で因数分解

- (3) $x^2-2ax+a^2-x+a-2$
 =

- (4) $x^2-2xy+y^2+x-y-2$
 =

- (5) $2x^2-3xy+y^2-5x+3y+2$
 =

問2. **共通因数をくくり出す**やり方で、次の式を因数分解せよ。

- (1) $(b+1)a-(b+1)$ =
- (2) $(x^2-1)y-(x^2-1)$ =
- (3) $(x^2-1)y-x(x^2-1)$ =

問3. $a^2b+b^2c+b^3+a^2c$ …① を因数分解したい。

- (1) 次数の最も低い文字は c である。この c について①を降べきの順に並べよ。
 ① の式=() $c+$
- (2) 定数項 □ の部分 (a , b についての式)を因数分解せよ。
 定数項 □ の部分=
- (3) (1)(2)より①は() $c+($) $($)の形に表せた。**共通因数をくくり出す**やり方で、①を因数分解せよ。
 与式① =() $c+($) $($)
 =

着目した文字が1次ときは、問2,3のように共通因数をくくり出せば 因数分解できる。

問4. $x^2-2xy+4x-2y+3$ …① を因数分解したい。

- (1) yに着目すると1次である y について降べきの順に整理し、上のやり方で ① の式を因数分解せよ。
- (2) xに着目すると2次である x について降べきの順に整理し、左下の**たすき掛け**のやり方で①の式を因数分解せよ。

例題1 $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ …① について

- (1) ① の式を a について降べきの順に整理せよ。(この式は a, b, c のどの文字についても2次である。)
 ① =() $a^2-($) $a+($)
- (2) (1)の1次の項と定数項 (b と c の式)の部分を因数分解せよ。
 ① =() $a^2-($) $($) $a+$ ()
- (3) **たすき掛け**で(2)の式を因数分解する前に、 a^2 の係数，a の係数，定数項の3つには、共通して (b-c)があるのでこれを先にくくり出しておくと、
 ① =() $\{a^2-($) $a+$
- (4) **たすき掛け**で(3)の式を因数分解せよ。
 ① =

教科書理解 数学Ⅰ－第1章－数と式（1）数と式：因数分解（3）

（復1）次の式を（ ）内の文字について、降べきの順に整理せよ。

(1) $x^2 + 3xy + 2y^2 + x - y - 6$ (x)

$= \underline{x^2 + (3y+1)x + (2y^2 - y - 6)}$

(2) $a^2 + 4b^2 + 2bc - ca - 4ab$ (次数の最も低い文字)

$= \underline{(2b-a)c + (a^2 + 4b^2 - 4ab)}$

（復2）次の式を展開せよ。

(1) $(3x-2)(5x+3) = \underline{15x^2 - x - 6}$

(2) $(2x+y)(2x-y) = \underline{4x^2 - y^2}$

(3) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2) = \underline{(a^2-b^2)(a^2+b^2) = a^4 - b^4}$

(4) $(x-2y-3z)^2 = \underline{x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6xz}$

（復3）次の式を因数分解せよ。

(1) $(2x-y)z - 3(2x-y) = \underline{(2x-y)(z-3)}$

(2) $a(x-2y) + b(2y-x) = \underline{a(x-2y) - b(x-2y) = (x-2y)(a-b)}$

(3) $a^2 - 4b^2 = \underline{(a+2b)(a-2b)}$

(4) $a^4 - 1 = \underline{(a^2+1)(a^2-1) = (a^2+1)(a+1)(a-1)}$

(5) $(x^2-1)y - 3(x^2-1) = \underline{(x^2-1)(y-3) = (x+1)(x-1)(y-3)}$

（復4）**たすき掛け**で次の式を因数分解せよ。書き方は次の例1の要領で書くこと。

例1. $2x^2 - 9x - 5 = \underline{(2x+1)(x-5)}$ $\begin{array}{r} 2 \times 1 = 1 \\ 1 \times -5 = -5 \\ \hline -9 \end{array}$ (1) $2x^2 - 7x + 3 = \underline{(2x-1)(x-3)}$ $\begin{array}{r} 2 \times -1 = -1 \\ 1 \times -3 = -3 \\ \hline -7 \end{array}$

(2) $2x^2 + 5x + 3 = \underline{(2x+3)(x+1)}$ $\begin{array}{r} 2 \times 3 = 3 \\ 1 \times 1 = 1 \\ \hline 5 \end{array}$ (3) $6x^2 - 11x + 4 = \underline{(3x-4)(2x-1)}$ $\begin{array}{r} 3 \times -4 = -8 \\ 2 \times -1 = -3 \\ \hline -11 \end{array}$

(4) $x^2 - 4xy - 5y^2 = \underline{(x+y)(x-5y)}$ $\begin{array}{r} 1 \times y = y \\ 1 \times -5y = -5y \\ \hline -4y \end{array}$ (5) $6a^2 + ab - 2b^2 = \underline{(3a+2b)(2a-b)}$ $\begin{array}{r} 3 \times 2b = 4b \\ 2 \times -b = -3b \\ \hline b \end{array}$

（準備1）**たすき掛け**で次の式を因数分解せよ。(xは文字、aは数字と考える。)

(1) $x^2 + (a+1)x + a = \underline{(x+a)(x+1)}$ $\begin{array}{r} 1 \times a = a \\ 1 \times 1 = 1 \\ \hline a+1 \end{array}$ (2) $ax^2 + (a-2)x - 2 = \underline{(ax-2)(x+1)}$ $\begin{array}{r} a \times -2 = -2 \\ 1 \times 1 = 1 \\ \hline a-2 \end{array}$

(3) $x^2 + (a-3)x - 3a = \underline{(x+a)(x-3)}$ $\begin{array}{r} 1 \times a = a \\ 1 \times -3 = -3 \\ \hline a-3 \end{array}$ (4) $ax^2 + (a^2-1)x - a = \underline{(ax-1)(x+a)}$ $\begin{array}{r} a \times -1 = -1 \\ 1 \times a = a^2 \\ \hline a^2-1 \end{array}$

（準備2）上の（準備1）と同様に考えて、**たすき掛け**で次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + (2y+3)x + y(y+3) = \underline{(x+y)(x+y+3)}$ $\begin{array}{r} 1 \times y = y \\ 1 \times y+3 = y+3 \\ \hline 2y+3 \end{array}$

(2) $x^2 + (3y-1)x + (y-4)(2y+3) = \underline{(x+y-4)(x+2y+3)}$ $\begin{array}{r} 1 \times y-4 = y-4 \\ 1 \times 2y+3 = 2y+3 \\ \hline 3y-1 \end{array}$

(3) $x^2 - (y+1)x - y(2y+1) = \underline{(x+y)(x-2y-1)}$ $\begin{array}{r} 1 \times -y = -y \\ 1 \times -(2y+1) = -2y-1 \\ \hline -y-1 \end{array}$

(4) $x^2 - (2y+3)x - (3y+1)(y-2) = \underline{(x-3y-1)(x+y-2)}$ $\begin{array}{r} 1 \times -(3y+1) = -3y-1 \\ 1 \times (y-2) = y-2 \\ \hline -2y-3 \end{array}$

（準備3）2次式 $x^2 + 3xy + 2y^2 + x - y - 6 \cdots \textcircled{1}$ を因数分解したい。

(1) ①をxについて降べきの順に並べよ。

①の式 $= x^2 + (3y+1)x + \underline{(2y^2 - y - 6)}$

(2) 定数項□の部分(yについての式)を因数分解せよ。

定数項□の部分 $= 2y^2 - y - 6 = \underline{(2y+3)(y-2)}$

(3) (1)(2)より 与式①は（準備2）の(1)～(4)のような形の式に表せた。このあと①を因数分解せよ。

与式① $= x^2 + (3y+1)x + (2y+3)(y-2)$

$= \underline{(x+(2y+3))(x+(y-2))}$

$= \underline{(x+2y+3)(x+y-2)}$

問1. 左下（準備3）の要領で、次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$

$= x^2 + (3y-1)x + (2y^2 - 3y - 2)$ ← xについて降べきの順に

$= x^2 + (3y-1)x + (2y+1)(y-2)$ ← 定数項を因数分解

$= \underline{(x+2y+1)(x+y-2)}$ $\begin{array}{r} 1 \times 2y+1 = 2y+1 \\ 1 \times y-2 = y-2 \\ \hline 3y-1 \end{array}$ (準備2)の要領で因数分解

(2) $x^2 + 3xy + 2y^2 - 2x - 3y + 1$

$= x^2 + (3y-2)x + (2y^2 - 3y + 1)$ ← xについて降べきの順に

$= x^2 + (3y-2)x + (2y-1)(y-1)$ ← 定数項を因数分解

$= \underline{(x+2y-1)(x+y-1)}$ $\begin{array}{r} 1 \times 2y-1 = 2y-1 \\ 1 \times y-1 = y-1 \\ \hline 3y-2 \end{array}$ (準備2)の要領で因数分解

(3) $x^2 - 2ax + a^2 - x + a - 2$

$= x^2 - (2a+1)x + (a^2 + a - 2)$

$= x^2 - (2a+1)x + (a-1)(a+2)$

$= \underline{(x-a+1)(x-a-2)}$ $\begin{array}{r} 1 \times -(a-1) = -a+1 \\ 1 \times -(a+2) = -a-2 \\ \hline -2a-1 \end{array}$

(4) $x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2$

$= x^2 + (-2y+1)x + (y^2 - y - 2)$

$= x^2 + (-2y+1)x + (y+1)(y-2)$

$= \underline{(x-y-1)(x-y+2)}$ $\begin{array}{r} 1 \times -(y+1) = -y-1 \\ 1 \times -(y-2) = -y+2 \\ \hline -2y+1 \end{array}$

(5) $2x^2 - 3xy + y^2 - 5x + 3y + 2$

$= 2x^2 + (-3y-5)x + (y^2 + 3y + 2)$

$= 2x^2 + (-3y-5)x + (y+1)(y+2)$

$= \underline{(2x-y-1)(x-y+2)}$ $\begin{array}{r} 2 \times -(y+1) = -y-1 \\ 1 \times -(y+2) = -y-2 \\ \hline -3y-5 \end{array}$

問2. **共通因数をくくり出す**やり方で、次の式を因数分解せよ。

(1) $(b+1)a - (b+1) = \underline{(b+1)(a-1)}$

(2) $(x^2-1)y - (x^2-1) = \underline{(x^2-1)(y-1) = (x+1)(x-1)(y-1)}$

(3) $(x^2-1)y - x(x^2-1) = \underline{(x^2-1)(y-x) = (x+1)(x-1)(y-x)}$
 $\underline{-(x-y)(x+1)(x-1)でも可}$

問3. $a^2b + b^2c + b^3 + a^2c \cdots \textcircled{1}$ を因数分解したい。

(1) 次数の最も低い文字はcである。このcについて①を降べきの順に並べよ。

①の式 $= (a^2 + b^2)c + \underline{(a^2b + b^3)}$

(2) 定数項□の部分(a, bについての式)を因数分解せよ。

定数項□の部分 $= a^2b + b^3 = \underline{b(a^2 + b^2)}$

(3) (1)(2)より①は()c + ()の形に表せた。**共通因数をくくり出す**やり方で、①を因数分解せよ。

与式① $= (a^2 + b^2)c + (b)(a^2 + b^2)$
 $= \underline{(a^2 + b^2)(c + b) = (a^2 + b^2)(b + c)}$

着目した文字が1次のときは、問2,3のように共通因数をくくり出せば、因数分解できる。

問4. $x^2 - 2xy + 4x - 2y + 3 \cdots \textcircled{1}$ を因数分解したい。

(1) yに着目すると1次である yについて降べきの順に整理し、上のやり方で①の式を因数分解せよ。

$(-2x-2)y + (x^2 + 4x + 3) = -2(x+1)y + (x+1)(x+3)$

$= (x+1)\{-2y + (x+3)\} = \underline{(x+1)(x-2y+3)}$

(2) xに着目すると2次である xについて降べきの順に整理し、左下の**たすき掛け**のやり方で①の式を因数分解せよ。

$x^2 + (-2y+4)x - (2y-3)$
 $= \underline{(x-2y+3)(x+1)}$ $\begin{array}{r} 1 \times -(2y-3) = -2y+3 \\ 1 \times 1 = 1 \\ \hline -2y+4 \end{array}$

例題1 $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \cdots \textcircled{1}$ について

(1) ①の式をaについて降べきの順に整理せよ。(この式はa, b, cのどの文字についても2次である。)

① $= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + (b^2c - bc^2)$

(2) (1)の1次の項と定数項(bとcの式)の部分因数分解せよ。

① $= (b-c)a^2 - (b-c)(b+c)a + \underline{bc(b-c)}$

(3) **たすき掛け**で(2)の式を因数分解する前に、 a^2 の係数、aの係数、定数項の3つには、共通して(b-c)があるのでこれを先にくくり出しておくと、

① $= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + \underline{bc}\}$

(4) **たすき掛け**で(3)の式を因数分解せよ。

① $= (b-c)\{(a-b)(a-c)\}$

$= \underline{(b-c)(a-b)(a-c)}$
 $\underline{-(a-b)(b-c)(c-a)でも可}$

$\begin{array}{r} 1 \times -b = -b \\ 1 \times -c = -c \\ \hline -b-c \end{array}$