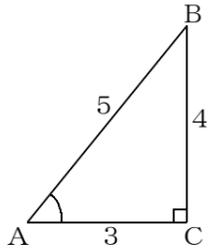


(解説 1) 右図のような直角三角形において、
正弦(サイン)、余弦(コサイン)、正接(タンジेंट)を
次のように定義する。

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5} \quad (\text{サイン } A = \frac{4}{5} \text{ と読む。})$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} \quad (\text{コサイン } A = \frac{3}{5} \text{ と読む。})$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3} \quad (\text{タンジेंट } A = \frac{4}{3} \text{ と読む。})$$



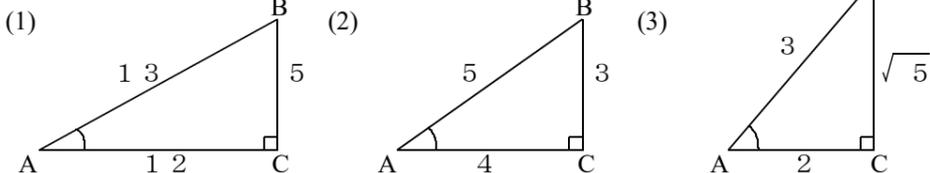
サイン、コサイン、タンジेंटの簡単な覚え方

sin A は最初の頭文字 **ス** を描いて、 $\frac{BC}{AB}$ と覚えよ!

cos A は最初の頭文字 **ク** を描いて、 $\frac{AC}{AB}$ と覚えよ!

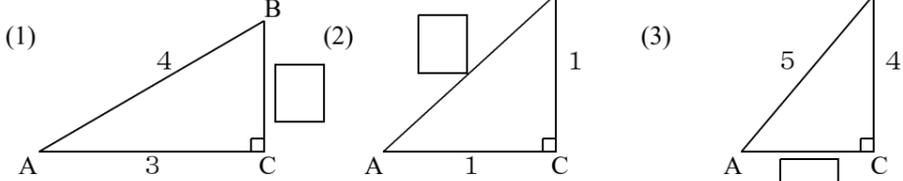
tan A は最初の頭文字 **タン** を描いて、 $\frac{CB}{AC}$ と覚えよ!

問 1. 上の覚え方を理解して、次の値を求めよ。



- (1) $\sin A =$ (2) $\sin A =$ (3) $\sin A =$
 (イ) $\cos A =$ (イ) $\cos A =$ (イ) $\cos A =$
 (ウ) $\tan A =$ (ウ) $\tan A =$ (ウ) $\tan A =$

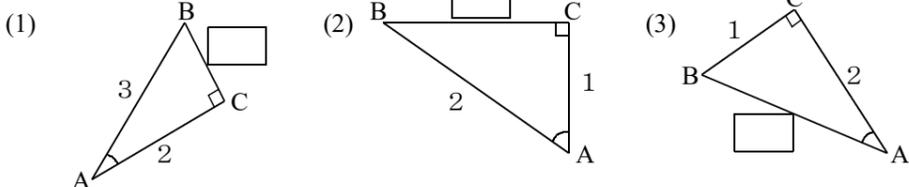
(準備 1) 三平方の定理 (ピタゴラスの定理): $AB^2 = AC^2 + BC^2$ を用いて、次の
□ の長さを求めよ。



問 2. 上の(準備 1)の三角形 ABC において、次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

- (1) $\sin A =$ (2) $\sin A =$ (3) $\sin A =$
 (イ) $\cos A =$ (イ) $\cos A =$ (イ) $\cos A =$
 (ウ) $\tan A =$ (ウ) $\tan A =$ (ウ) $\tan A =$

問 3. 三平方の定理 (ピタゴラスの定理) を用いて、残っている辺の長さを求め、次の
値を求めよ。



- (1) $\sin A =$ (2) $\sin A =$ (3) $\sin A =$
 (イ) $\cos A =$ (イ) $\cos A =$ (イ) $\cos A =$
 (ウ) $\tan A =$ (ウ) $\tan A =$ (ウ) $\tan A =$

(解説 2) サイン、コサイン、タンジेंटは次のように覚えておくと、問 3 や他の
三角形の場合に求めやすい。

“サイン **ス**” は、調べたい角を出発点として、 (斜辺を通って測る)

“コサイン **ク**” は、調べたい角を挟み込むように、 (斜辺から挟み込む)

“タンジेंट **タン**” は、調べたい角を出発点として、 (直角をの方へ測る)

問 4. (解説 2) の要領を覚えて、問 1 と問 3 の三角形について次の値を求めよ。

- 問 1 (1) $\sin B =$ (2) $\sin B =$ (3) $\sin B =$
 (イ) $\cos B =$ (イ) $\cos B =$ (イ) $\cos B =$
 (ウ) $\tan B =$ (ウ) $\tan B =$ (ウ) $\tan B =$
 問 3 (1) $\sin B =$ (2) $\sin B =$ (3) $\sin B =$
 (イ) $\cos B =$ (イ) $\cos B =$ (イ) $\cos B =$
 (ウ) $\tan B =$ (ウ) $\tan B =$ (ウ) $\tan B =$

(準備 2) 次の直角三角形について、AB, BC の長さを次の手順で求めよ。

(1) ΔABC を BC を折り目に折り返すと、正三角形 ABD ができる。
今、 $AC=1$ なので、 AB はその 2 倍、すなわち、 $AD=2$ である。
よって、 $AB =$
 $AC=1, AB=2$ より ΔABC に三平方の定理を用いて、
 $BC =$

(2) $\angle A=45^\circ$ より、 $\angle B=45^\circ$ \therefore この ΔABC は、直角二等辺三角形
 よって、 $BC =$
 ΔABC に三平方の定理を用いて、
 $AB =$

(解説 3) 次の三角形の場合の三辺の比は重要である。(覚えておくこと!)

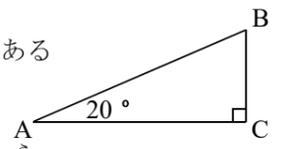


問 5. (解説 3) の三角形を用いて、次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

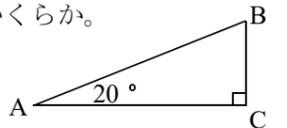
- (ア) $\sin 60^\circ =$ (イ) $\sin 30^\circ =$ (キ) $\sin 45^\circ =$
 (イ) $\cos 60^\circ =$ (オ) $\cos 30^\circ =$ (ク) $\cos 45^\circ =$
 (ウ) $\tan 60^\circ =$ (カ) $\tan 30^\circ =$ (ケ) $\tan 45^\circ =$

(解説 4) 直角三角形において、 90° 以外の他の角が、 $60^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ の
ときは、三辺の比が(解説 3)のように求められる。

しかし、それ以外の角、たとえば、右図のような直角三角形においては
三辺の比は分からない。
 このような場合には、教科書、傍用問題集の末尾にある
 「三角比の表」を用いて求めるとよい。
 その表によると、 $\sin 20^\circ = 0.3420$ とある。
 これは、 $\sin 20^\circ = \frac{BC}{AB} = 0.3420$ ということであるから、
 もし、 $AB=1$ であるなら、 $BC=0.3420$ ということである。



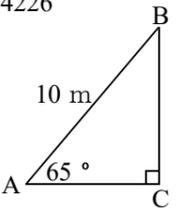
問 6. (1) 「三角比の表」によると、 $\cos 20^\circ = 0.9397$ とある。
 右図で、 $AB=10$ とすると、 AC の長さはいくらか。



(2) 「三角比の表」によると、 $\tan 20^\circ = 0.3640$ とある。
 右図で、 $AC=20$ とすると、 BC の長さはいくらか。

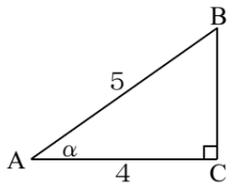
$\sin 20^\circ$ とは \Rightarrow 『斜辺 AB に対して、BC が何倍になったか?』の値を表す。
 $\cos 20^\circ$ とは \Rightarrow 『斜辺 AB に対して、AC が何倍になったか?』の値を表す。
 $\tan 20^\circ$ とは \Rightarrow 『AC に対して、BC が何倍になったか?』の値を表す。

問 7. 右図のような直角三角形において、 $AB=10\text{m}$ のとき、 BC, AC の
長さを求めよ。「三角比の表」によると、 $\sin 65^\circ = 0.9063, \cos 65^\circ = 0.4226$



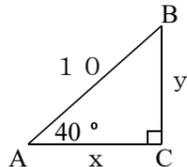
問 8. 右の三角形 ABC において、

(1) $\cos \alpha$ の値を求めよ。 $\cos \alpha =$
 (2) 右下の「三角比の表」の一部を用いて、 α の値を言え。
 (整数値で答えよ。) $\alpha \approx$



問 9. 右下の「三角比の表」の一部を用いて、次の式を満たす A の値を言え。
 (1) $\sin A = 0.6018$ (2) $\cos A = 0.7660$ (3) $\tan A = 0.7002$

問 10. 右下の「三角比の表」の一部を用いて、次の三角形の辺の長さ x, y を
求めよ。



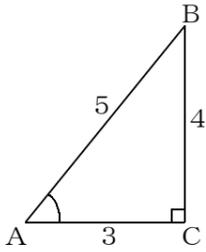
「三角比の表」の一部			
	sin	cos	tan
35°	0.5736	0.8192	0.7002
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8096
40°	0.6428	0.7660	0.8391

(解説 1) 右図のような直角三角形において、正弦(サイン)、余弦(コサイン)、正接(タンジェント)を次のように定義する。

sin A = BC/AB = 4/5 (サイン A = 4/5 と読む。)

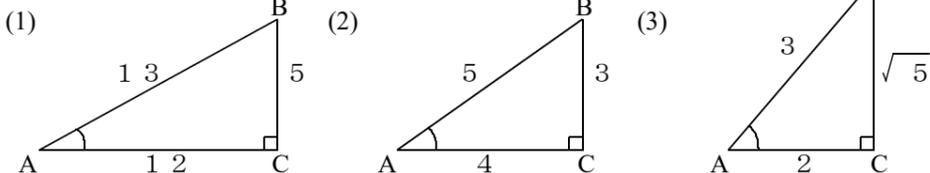
cos A = AC/AB = 3/5 (コサイン A = 3/5 と読む。)

tan A = BC/AC = 4/3 (タンジェント A = 4/3 と読む。)



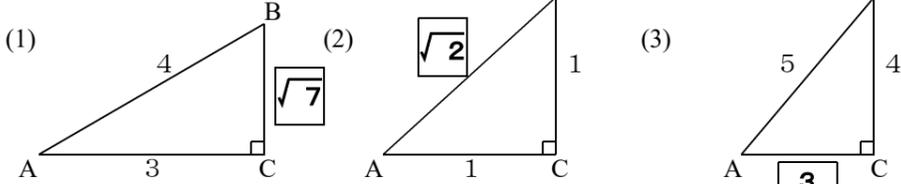
サイン, コサイン, タンジェント の簡単な覚え方
sin A は 最初の頭文字 S を描いて、...
cos A は 最初の頭文字 C を描いて、...
tan A は 最初の頭文字 T を描いて、...

問 1. 上の覚え方を理解して、次の値を求めよ。



- (1) sin A = 5/13, cos A = 12/13, tan A = 5/12
(2) sin A = 3/5, cos A = 4/5, tan A = 3/4
(3) sin A = sqrt(5)/3, cos A = 2/3, tan A = sqrt(5)/2

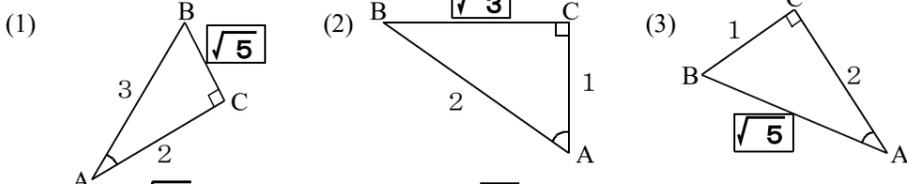
(準備 1) 三平方の定理(ピタゴラスの定理): AB^2 = AC^2 + BC^2 を用いて、次の□の長さを求めよ。



問 2. 上の(準備 1)の三角形 ABC において、次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

- (1) sin A = sqrt(7)/4, cos A = 3/4, tan A = sqrt(7)/3
(2) sin A = 1/sqrt(2), cos A = 1/sqrt(2), tan A = 1
(3) sin A = 4/5, cos A = 3/5, tan A = 4/3

問 3. 三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いて、残っている辺の長さを求め、次の値を求めよ。



- (1) sin A = sqrt(5)/3, cos A = 2/3, tan A = sqrt(5)/2
(2) sin A = sqrt(3)/2, cos A = 1/2, tan A = sqrt(3)
(3) sin A = 1/sqrt(5), cos A = 2/sqrt(5), tan A = 1/2

(解説 2) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、問 3 や他の直角三角形の場合に求めやすい。

“サイン S” は、調べたい角を出発点として、斜辺を渡って進む (斜辺を渡って進む)
“コサイン C” は、調べたい角を挟み込むように、斜辺から挟み込む (斜辺から挟み込む)
“タンジェント T” は、調べたい角を出発点として、直角の方へ進む (直角の方へ進む)

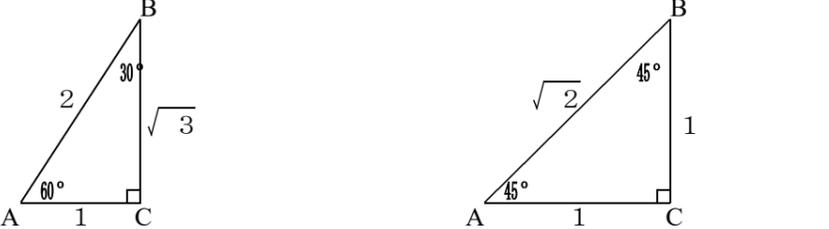
問 4. (解説 2) の要領を覚えて、問 1 と問 3 の三角形について次の値を求めよ。

- 問 1 (1) sin B = 12/13, cos B = 5/13, tan B = 12/5
問 1 (2) sin B = 4/5, cos B = 3/5, tan B = 4/3
問 1 (3) sin B = 2/3, cos B = sqrt(5)/3, tan B = 2/sqrt(5)
問 3 (1) sin B = 2/3, cos B = sqrt(5)/3, tan B = 2/sqrt(5)
問 3 (2) sin B = 1/2, cos B = sqrt(3)/2, tan B = 1/sqrt(3)
問 3 (3) sin B = 2/sqrt(5), cos B = 1/sqrt(5), tan B = 2

(準備 2) 次の直角三角形について、AB, BC の長さを次の手順で求めよ。

(1) Triangle ABC with angle A=60, AC=1. Solution: sin 60 = BC/AB, cos 60 = AC/AB = 1/AB = 1/2, AB=2, BC=sqrt(3).
(2) Triangle ABC with angle A=45, AC=1. Solution: tan 45 = BC/AC = BC/1 = 1, BC=1, AB=sqrt(2).

(解説 3) 次の三角形の場合の三辺の比は重要である。(覚えておくこと!)



問 5. (解説 3) の三角形を用いて、次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

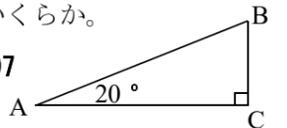
- (1) sin 60 = sqrt(3)/2, cos 60 = 1/2, tan 60 = sqrt(3)
(2) sin 30 = 1/2, cos 30 = sqrt(3)/2, tan 30 = 1/sqrt(3)
(3) sin 45 = 1/sqrt(2), cos 45 = 1/sqrt(2), tan 45 = 1

(解説 4) 直角三角形において、90度以外の他の角が、60度、30度、45度のときは、三辺の比が(解説 3)のように求められる。

しかし、それ以外の角、たとえば、右図のような直角三角形においては三辺の比は分からない。このような場合には、教科書、傍用問題集の末尾にある「三角比の表」を用いて求めるとよい。その表によると、sin 20 = 0.3420 とある。これは、sin 20 = BC/AB = 0.3420 ということであるから、もし、AB = 1 であるなら、BC = 0.3420 ということである。

問 6. (1) 「三角比の表」によると、cos 20 = 0.9397 とある。右図で、AB = 10 とすると、AC の長さはいくらか。

cos 20 = AC/AB より、AC = AB cos 20 = 10 x 0.9397 = 9.397



(2) 「三角比の表」によると、tan 20 = 0.3640 とある。右図で、AC = 20 とすると、BC の長さはいくらか。

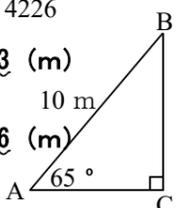
tan 20 = BC/AC より、BC = AC tan 20 = 20 x 0.3640 = 7.280

sin 20 とは => 『斜辺 AB に対して、BC が何倍になったか?』の値を表す。
cos 20 とは => 『斜辺 AB に対して、AC が何倍になったか?』の値を表す。
tan 20 とは => 『AC に対して、BC が何倍になったか?』の値を表す。

問 7. 右図のような直角三角形において、AB = 10 m のとき、BC, AC の長さを求めよ。「三角比の表」によると、sin 65 = 0.9063, cos 65 = 0.4226

sin 65 = BC/AB より、BC = AB sin 65 = 10 x 0.9063 = 9.063 (m)

cos 65 = AC/AB より、AC = AB cos 65 = 10 x 0.4226 = 4.226 (m)

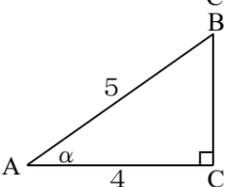


問 8. 右の三角形 ABC において、

(1) cos alpha の値を求めよ。cos alpha = 4/5 = 0.8

(2) 右下の「三角比の表」の一部を用いて、alpha の値を言え。(整数値で答えよ。)

alpha = 37 (cos alpha = 0.8 に近い alpha)



問 9. 右下の「三角比の表」の一部を用いて、次の式を満たす A の値を言え。

- (1) sin A = 0.6018, A = 37
(2) cos A = 0.7660, A = 40
(3) tan A = 0.7002, A = 35

問 10. 右下の「三角比の表」の一部を用いて、次の三角形の辺の長さ x, y を求めよ。

Triangle ABC with angle A=40, side AB=10. cos 40 = x/10, x = 10 cos 40 = 7.660. sin 40 = y/10, y = 10 sin 40 = 6.428.

Table with 4 columns: angle, sin, cos, tan. Rows for angles 35, 36, 37, 38, 39, 40.

(解説1) 《サイン、コサイン、タンジェントの覚え方》

sin A は最初の頭文字 **S** を描いて、 ∴ sin A = $\frac{4}{5}$

cos A は最初の頭文字 **C** を描いて、 ∴ cos A = $\frac{3}{5}$

tan A は最初の頭文字 **T** を描いて、 ∴ tan A = $\frac{4}{3}$

(復1) 「三平方の定理 (ピタゴラスの定理) : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ 」を用いて、次の□の値を求めたのち、次の三角比の値を求めよ。

(1) (2) (3)

(ア) sin A = (イ) sin A = (ウ) sin A =

(イ) cos A = (エ) cos A = (ク) cos A =

(ウ) tan A = (ケ) tan A = (コ) tan A =

(解説2) サイン、コサイン、タンジェントは次のように覚えておくと、いろんな場合に使いやすい。

“サイン **S**” は、調べたい角を出発点として、 (斜辺を通って上げる)

“コサイン **C**” は、調べたい角を挟み込むように、 (斜辺から挟み込む)

“タンジェント **T**” は、調べたい角を出発点として、 (直角を上の方へ上げる)

(復2) (解説2)の要領を覚えて、(復1)の三角形について、次の値を求めよ。

(復1)(1) (復1)(2) (復1)(3)

(ア) sin B = (イ) sin B = (ウ) sin B =

(イ) cos B = (エ) cos B = (ク) cos B =

(ウ) tan B = (ケ) tan B = (コ) tan B =

(復3) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

(1) (2) (3)

(ア) sin A = (イ) sin A = (ウ) sin A =

(イ) cos A = (エ) cos A = (ク) cos A =

(ウ) tan A = (ケ) tan A = (コ) tan A =

(エ) sin B = (イ) sin B = (ウ) sin B =

(オ) cos B = (エ) cos B = (ク) cos B =

(カ) tan B = (ケ) tan B = (コ) tan B =

(準備1) 次の直角三角形について、AB, BCの長さを次の手順で求めよ。

(1) (2)

△ABCをBCを折り返すと、正三角形ABDができる。
今、AC=1なので、ABはその2倍、すなわち、AD=2である。
よって、AB =
AC=1, AB=2より△ABCに三平方の定理を用いて、
BC =

△ABCに三平方の定理を用いて、
AB =

(復4) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。

(1) (2) (3)

(ア) sin60° = (イ) sin30° = (ウ) sin45° =

(イ) cos60° = (エ) cos30° = (ク) cos45° =

(ウ) tan60° = (ケ) tan30° = (コ) tan45° =

(準備2) 30°, 45°, 60°以外の三角比については、三辺の比は覚えられない。したがって、「三角比の表」を用いる。教科書の「表」より、次の値を求めよ。

(1) (ア) sin50° = (イ) cos50° = (ウ) tan50° =

(2) (ア) sin26° = (イ) cos26° = (ウ) tan26° =

(準備3) 右のような直角三角形において、

(1) 定義より sin θ = $\frac{y}{\text{斜辺}}$, cos θ = $\frac{x}{\text{斜辺}}$ である。

(2) (1)より、y, xの値を sin θ, cos θを用いて表せ。
y = x =

問1. 傾斜角10°の上り坂を100m進むとき、1m未満は四捨五入して次の値を求めよ。(教科書の「三角比の表」を用いよ。)

(1) 鉛直方向に何m登ったことになるか。(右図yの値を求めよ。)

(2) 水平方向に何m進んだことになるか。(右図xの値を求めよ。)

ヒント
(ア) sin10° = $\frac{y}{100}$ となる y の値は
y = 100 sin10°
(イ) も(ア)と同様に考える。

sin10°とは⇒『斜辺100mに対して、yが何倍になったか?』の値を表す。
cos10°とは⇒『斜辺100mに対して、xが何倍になったか?』の値を表す。
tan10°とは⇒『xに対して、yが何倍になったか?』の値を表す。

問2. 平地に立っている木の根本から10m離れた地点に立って、木の上端を望むときの角(仰角)、すなわち、∠CABは21°であった。目の高さを1.6mとすると、木の高さを求めよ。(教科書の「三角比の表」を用いて、小数第1位まで、(小数第2位四捨五入。))

ヒント
tan21° = $\frac{CB}{AC}$

問3. Oを中心とする半径3の円周上に2点A, Bがある。∠AOB=100°であるとき、次の値を求めよ。「三角比の表」を用いて、小数第1位まで、(小数第2位四捨五入。)

(1) AMとAB

(2) OM

(準備4) 右のような直角三角形において、

(1) (ア) sin α の値を求めよ。(分数から小数形で表せ。)

sin α =

(イ) 「三角比の表」を用いて、(ア)の値になるようなαの角度を求めよ。(最も近い整数値でよい。)

α ≒

(2) (ア) cos α の値を求めよ。 cos α =

(イ) 「三角比の表」を用いて、αの値を求めよ。α ≒ (最も近い整数値でよい。)

(3) (ア) tan α の値を求めよ。 tan α =

(イ) 「三角比の表」を用いて、αの値を求めよ。α ≒ (最も近い整数値でよい。)

【参】αの値は、(1), (2), (3)のどれで求めても同じ値になる。

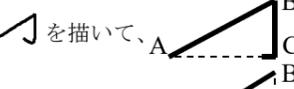
問4. 右図はある家の階段の一部である。「三角比の表」を用いて、この階段の傾斜の角αの値を求めよ。(最も近い整数値でよい。)

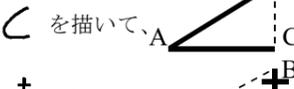
問5. 右図三角形において、∠BACはおよそ何度か。また、このときBCの長さを求めよ。(「三角比の表」を用いて、最も近い整数値でよい。)

問6. 下図におけるθのおおよその大きさを求めよ。(「三角比の表」を用いよ。)

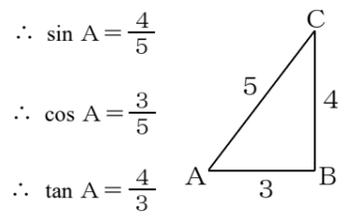
(1) (2) (3)

(解説1) 《サイン、コサイン、タンジェントの覚え方》

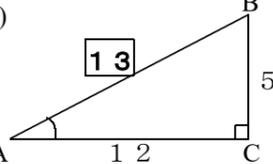
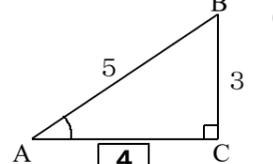
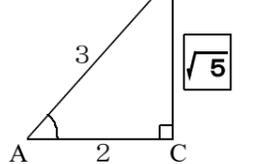
sin A は最初の頭文字 **S** を描いて、 ∴ sin A = $\frac{4}{5}$

cos A は最初の頭文字 **C** を描いて、 ∴ cos A = $\frac{3}{5}$

tan A は最初の頭文字 **T** を描いて、 ∴ tan A = $\frac{4}{3}$



(復1) 「三平方の定理(ピタゴラスの定理): $AB^2 = AC^2 + BC^2$ 」を用いて、次の□の値を求めたのち、次の三角比の値を求めよ。

(1)  (2)  (3) 

(ア) sin A = $\frac{5}{13}$ (イ) sin A = $\frac{3}{5}$ (ウ) sin A = $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(イ) cos A = $\frac{12}{13}$ (ロ) cos A = $\frac{4}{5}$ (エ) cos A = $\frac{2}{3}$

(ウ) tan A = $\frac{5}{12}$ (ハ) tan A = $\frac{3}{4}$ (ニ) tan A = $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(解説2) サイン、コサイン、タンジェントは次のように覚えておくと、いろいろな場合に使いやすい。

“サイン **S**” は、調べたい角を出発点として、 (斜辺を**通**って**越**げる)

“コサイン **C**” は、調べたい角を挟み込むように、 (斜辺から挟み**込**む)

“タンジェント **T**” は、調べたい角を出発点として、 (直角を**の**り**越**える)

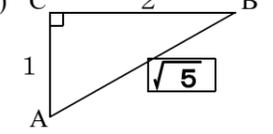
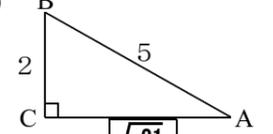
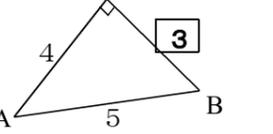
(復2) (解説2)の要領を覚えて、(復1)の三角形について、次の値を求めよ。

(復1)(1) (ア) sin B = $\frac{12}{13}$ (イ) sin B = $\frac{5}{13}$ (ウ) sin B = $\frac{2}{3}$

(イ) cos B = $\frac{5}{13}$ (ロ) cos B = $\frac{3}{5}$ (エ) cos B = $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(ウ) tan B = $\frac{12}{5}$ (ハ) tan B = $\frac{4}{3}$ (ニ) tan B = $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(復3) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい)

(1)  (2)  (3) 

(ア) sin A = $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (イ) sin A = $\frac{2}{5}$ (ウ) sin A = $\frac{3}{5}$

(イ) cos A = $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ロ) cos A = $\frac{\sqrt{21}}{5}$ (エ) cos A = $\frac{4}{5}$

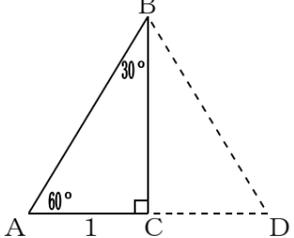
(ウ) tan A = 2 (ハ) tan A = $\frac{\sqrt{21}}{5}$ (ニ) tan A = $\frac{3}{4}$

(エ) sin B = $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (イ) sin B = $\frac{\sqrt{21}}{5}$ (ウ) sin B = $\frac{4}{5}$

(ロ) cos B = $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (ハ) cos B = $\frac{2}{5}$ (エ) cos B = $\frac{3}{5}$

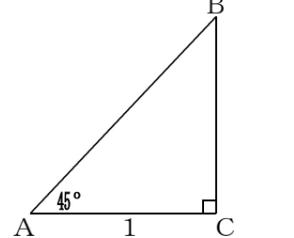
(ニ) tan B = $\frac{1}{2}$ (ハ) tan B = $\frac{\sqrt{21}}{2}$ (ニ) tan B = $\frac{4}{3}$

(準備1) 次の直角三角形について、AB、BCの長さを次の手順で求めよ。

(1) 

△ABCをBCを折り目に折り返すと、正三角形ABDができる。
今、AC=1なので、ABはその2倍、すなわち、AD=2である。
よって、AB = $\boxed{2}$

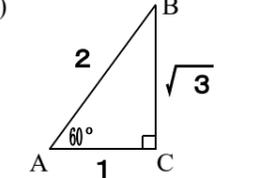
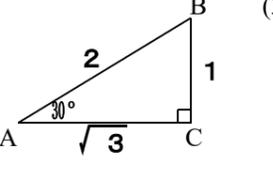
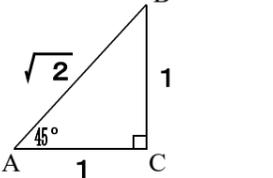
AC=1, AB=2より△ABCに三平方の定理を用いて、
BC = $\boxed{\sqrt{3}}$

(2) 

∠A=45°より、∠B=□ ∴ この△ABCは、直角二等辺三角形
よって、BC = $\boxed{1}$

△ABCに三平方の定理を用いて、
AB = $\boxed{\sqrt{2}}$

(復4) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。

(1)  (2)  (3) 

(ア) sin 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (イ) sin 30° = $\frac{1}{2}$ (ウ) sin 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

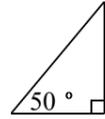
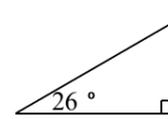
(イ) cos 60° = $\frac{1}{2}$ (ロ) cos 30° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (エ) cos 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ウ) tan 60° = $\sqrt{3}$ (ハ) tan 30° = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ニ) tan 45° = 1

(準備2) 30°, 45°, 60°以外の三角比については、三辺の比は覚えられない。
したがって、「三角比の表」を用いる。教科書の「表」より、次の値を求めよ。

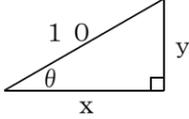
(1) (ア) sin 50° = $\mathbf{0.7660}$ (イ) cos 50° = $\mathbf{0.6428}$ (ウ) tan 50° = $\mathbf{1.1918}$

(2) (ア) sin 26° = $\mathbf{0.4384}$ (イ) cos 26° = $\mathbf{0.8988}$ (ウ) tan 26° = $\mathbf{0.4877}$

(準備3) 右のような直角三角形において、

(1) 定義より sin θ = $\frac{y}{10}$, cos θ = $\frac{x}{10}$ である。
(2) (1)より、y, xの値を sin θ, cos θを用いて表せ。
y = $\boxed{10\sin\theta}$ x = $\boxed{10\cos\theta}$



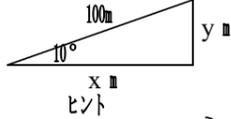
問1. 傾斜角 10° の上り坂を 100 m 進むとき、1 m 未満は四捨五入して次の値を求めよ。(教科書の「三角比の表」を用いよ。)

(1) 鉛直方向に何 m 登ったことになるか。(右図 y の値を求めよ。)

sin 10° = $\frac{y}{100}$ より、y = 100 sin 10° = 100 × 0.1736 = 17.36 ∴ $\mathbf{1.7\text{ m}}$

(2) 水平方向に何 m 進んだことになるか。(右図 x の値を求めよ。)

cos 10° = $\frac{x}{100}$ より、x = 100 cos 10° = 100 × 0.9848 = 98.48 ∴ $\mathbf{9.8\text{ m}}$

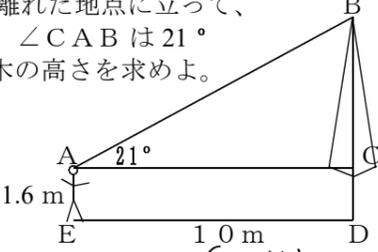


ヒント
y の値は y = 100 sin 10° とする
(イ)も(ウ)と同様に考える。

sin 10° とは ⇒ 『斜辺 100m に対して、y が何倍になったか?』の値を表す。
cos 10° とは ⇒ 『斜辺 100m に対して、x が何倍になったか?』の値を表す。
tan 10° とは ⇒ 『x に対して、y が何倍になったか?』の値を表す。

問2. 平地に立っている木の根本から 1.0 m 離れた地点に立って、木の上端を望むときの角(仰角)、すなわち、∠CAB は 21° であった。目の高さを 1.6 m とするとき、木の高さを求めよ。(教科書の「三角比の表」を用いて、小数第1位まで、(小数第2位四捨五入。))

tan 21° = $\frac{BC}{10}$ より、
BC = 10 tan 21° = 10 × 0.3839 = 3.839
BD = BC + 1.6 = 3.839 + 1.6 = 5.4 ∴ $\mathbf{5.4\text{ m}}$

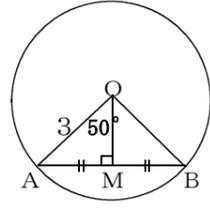


ヒント
tan 21° = $\frac{CB}{AC}$

問3. O を中心とする半径 3 の円周上に 2 点 A, B がある。∠AOB = 100° であるとき、次の値を求めよ。「三角比の表」を用いて、小数第1位まで、(小数第2位四捨五入。)

(1) AM と AB
sin 50° = $\frac{AM}{OA}$ AM = OA sin 50° = 3 × 0.7660 = 2.298 ∴ AM = $\mathbf{2.3}$
AB = 2 AM = $\mathbf{4.6}$

(2) OM
cos 50° = $\frac{OM}{OA}$ OM = OA cos 50° = 3 × 0.6428 = 1.9284 ∴ OM = $\mathbf{1.9}$



(準備4) 右のような直角三角形において、

(1) (ア) sin α の値を求めよ。(分数から小数の形で表せ。)

sin α = $\frac{3}{5} = \mathbf{0.6}$

(イ) 「三角比の表」を用いて、(ア)の値になるような α の角度を求めよ。(最も近い整数値でよい。)

α = $\boxed{37^\circ}$

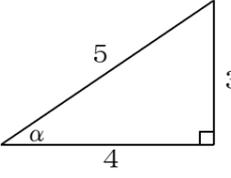
(2) (ア) cos α の値を求めよ。 cos α = $\frac{4}{5} = \mathbf{0.8}$

(イ) 「三角比の表」を用いて、α の値を求めよ。 α = $\boxed{37^\circ}$ (最も近い整数値でよい。)

(3) (ア) tan α の値を求めよ。 tan α = $\frac{3}{4} = \mathbf{0.75}$

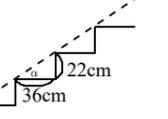
(イ) 「三角比の表」を用いて、α の値を求めよ。 α = $\boxed{37^\circ}$ (最も近い整数値でよい。)

【参】 α の値は、(1), (2), (3) のどれで求めても同じ値になる。



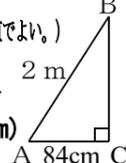
問4. 右図はある家の階段の一部である。「三角比の表」を用いて、この階段の傾斜の角 α の値を求めよ。(最も近い整数値でよい。)

tan α = $\frac{22}{36} = \frac{11}{18} \approx 0.611$ 「三角比の表」より α = $\mathbf{3.1^\circ}$

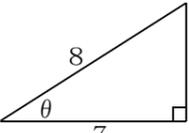


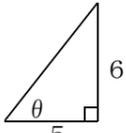
問5. 右図三角形において、∠BAC はおよそ何度か。また、このとき BC の長さを求めよ。(「三角比の表」を用いて、最も近い整数値でよい。)

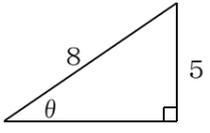
cos ∠BAC = $\frac{84}{200} = 0.42$ 「三角比の表」より ∠BAC = $\mathbf{65^\circ}$
sin 65° = $\frac{BC}{200}$ BC = 200 sin 65° = 200 × 0.9063 = 181.26 ∴ $\mathbf{181\text{ (cm)}}$



問6. 下図における θ のおおよその大きさを求めよ。(「三角比の表」を用いよ。)

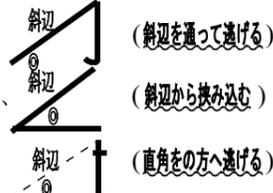
(1)  cos θ = $\frac{7}{8} = 0.875$ θ = $\mathbf{29^\circ}$

(2)  tan θ = $\frac{6}{5} = 1.2$ θ = $\mathbf{50^\circ}$

(3)  sin θ = $\frac{5}{8} = 0.625$ θ = $\mathbf{39^\circ}$

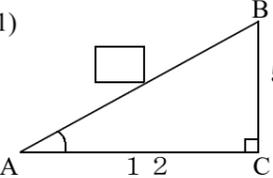
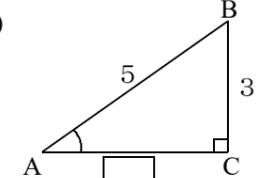
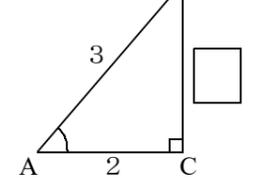
(解説 1) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、いろんな場合に使いやすい。

“サイン  ” は、調べたい角を出発点として、
 “コサイン  ” は、調べたい角を挟み込むように、
 “タンジェント  ” は、調べたい角を出発点として、



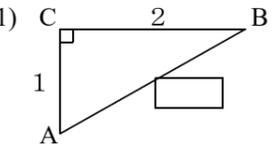
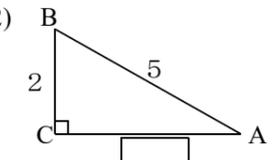
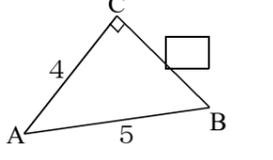
(斜辺を通って過げる)
 (斜辺から挟み込む)
 (直角をの方へ過げる)

(復 1) 「三平方の定理 (ピタゴラスの定理) : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ 」を用いて、次の \square の値を求めたのち、次の三角比の値を求めよ。

(1)  (2)  (3) 

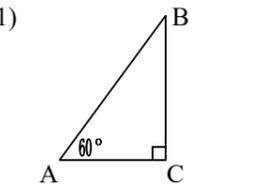
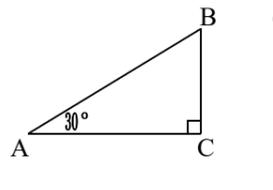
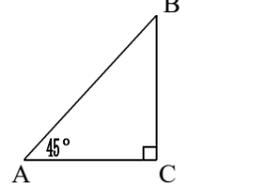
(ア) $\sin A =$ (イ) $\cos A =$ (ウ) $\tan A =$ (エ) $\sin B =$ (オ) $\cos B =$ (カ) $\tan B =$

(復 2) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin A =$ (イ) $\cos A =$ (ウ) $\tan A =$ (エ) $\sin B =$ (オ) $\cos B =$ (カ) $\tan B =$

(復 3) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。

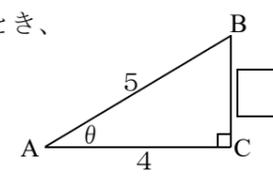
(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin 60^\circ =$ (イ) $\cos 60^\circ =$ (ウ) $\tan 60^\circ =$

(ア) $\sin 30^\circ =$ (イ) $\cos 30^\circ =$ (ウ) $\tan 30^\circ =$

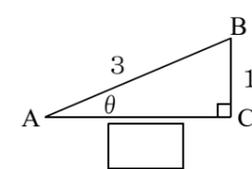
(ア) $\sin 45^\circ =$ (イ) $\cos 45^\circ =$ (ウ) $\tan 45^\circ =$

問 1. $\cos \theta = \frac{4}{5}$ を満たす鋭角 θ の正弦 ($\sin \theta$) と正接 ($\tan \theta$) の値を求めたい。

(1) この場合の三角形は右図のようになっている。このとき、「三平方の定理」を用いて、辺 BC の長さを求めよ。


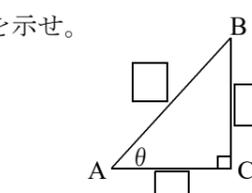
(2) 次の値を求めよ。
 $\sin \theta =$ $\tan \theta =$

問 2. $\sin \theta = \frac{1}{3}$ を満たす鋭角 θ の $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めたい。

(1) 上の問 1 と同様に、辺 AC の長さを求めよ。


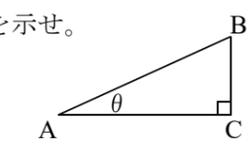
(2) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)
 $\cos \theta =$ $\tan \theta =$

問 3. $\cos \theta = \frac{3}{5}$ を満たす鋭角 θ の $\sin \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めたい。

(1) 上の問題と同様に考えて、右の三角形の三辺の長さを示せ。


(2) 次の値を求めよ。
 $\sin \theta =$ $\tan \theta =$

問 4. $\tan \theta = \frac{1}{2}$ を満たす鋭角 θ の $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の値を求めたい。

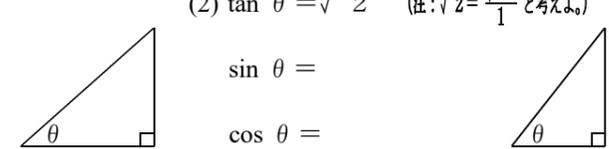
(1) 上の問題と同様に考えて、右の三角形の三辺の長さを示せ。


(2) 次の値を求めよ。
 $\sin \theta =$ $\cos \theta =$

問 5. θ は鋭角とする。 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうち、1つが次の値をとるとき、各場合について、他の 2つの値を求めよ。

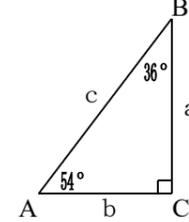
(1) $\sin \theta = \frac{2}{3}$ (2) $\tan \theta = \sqrt{2}$ (注: $\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$ と考えよ。)

$\cos \theta =$ $\sin \theta =$
 $\tan \theta =$ $\cos \theta =$



(準備 1) (1) 右図三角形 ABC のように、三辺の長さが与えられているとき、次の三角比を a , b , c で表せ。

(ア) $\sin 54^\circ =$ (イ) $\cos 36^\circ =$
 (ウ) $\cos 54^\circ =$ (エ) $\sin 36^\circ =$
 (オ) $\tan 54^\circ =$ (カ) $\tan 36^\circ =$

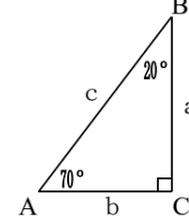


(2) (1) より次のことがいえる。

(ア) と (イ) より $\sin 54^\circ = \square$ (ウ) と (エ) より $\cos 54^\circ = \square$
 (オ) と (カ) より $\tan 54^\circ \times \tan 36^\circ = \square$ となるので、 $\tan 54^\circ = \frac{1}{\square}$

(準備 2) (1) 右図三角形 ABC のように、三辺の長さが与えられているとき、次の三角比を a , b , c で表せ。

(ア) $\sin 70^\circ =$ (イ) $\cos 20^\circ =$
 (ウ) $\cos 70^\circ =$ (エ) $\sin 20^\circ =$
 (オ) $\tan 70^\circ =$ (カ) $\tan 20^\circ =$

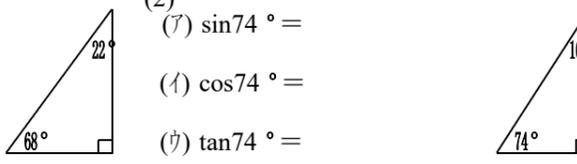


(2) (1) より次のことがいえる。

(ア) と (イ) より $\sin 70^\circ = \square$ (ウ) と (エ) より $\cos 70^\circ = \square$
 (オ) と (カ) より $\tan 70^\circ \times \tan 20^\circ = \square$ となるので、 $\tan 70^\circ = \frac{1}{\square}$

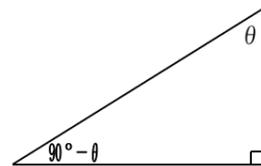
問 6. 右図を参考に次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ。

(1) (ア) $\sin 68^\circ =$ (イ) $\cos 68^\circ =$ (ウ) $\tan 68^\circ =$
 (2) (ア) $\sin 74^\circ =$ (イ) $\cos 74^\circ =$ (ウ) $\tan 74^\circ =$



問 7. 次の公式を示せ。

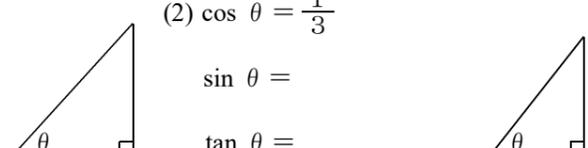
$\sin(90^\circ - \theta) =$
 $\cos(90^\circ - \theta) =$
 $\tan(90^\circ - \theta) =$



問 8. θ は鋭角とする。 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうち、1つが次の値をとるとき、各場合について、他の 2つの値を求めよ。

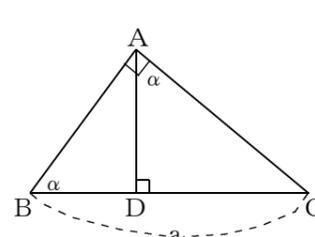
(1) $\sin \theta = \frac{3}{4}$ (2) $\cos \theta = \frac{1}{3}$
 $\cos \theta =$ $\sin \theta =$
 $\tan \theta =$ $\tan \theta =$

(3) $\tan \theta = 2$ (4) $\sin \theta = \frac{2}{5}$
 $\sin \theta =$ $\cos \theta =$
 $\cos \theta =$ $\tan \theta =$



問 9. 右図において、 $BC = a$, $\angle B = \alpha$ とおくと、次の線分の長さを a , $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ で表せ。

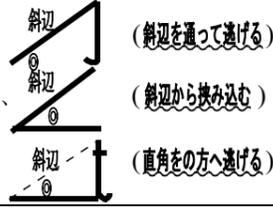
(1) AC
 (2) AD
 (3) DC



(ヒント
 (1) $\sin \alpha = \frac{AC}{AB}$ より $AC = a \sin \alpha$
 (2) $\cos \alpha = \frac{AD}{AB}$ より $AD = a \cos \alpha$)

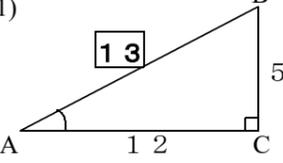
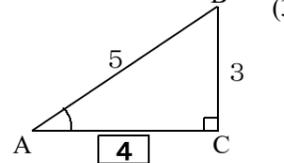
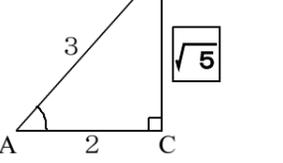
(解説 1) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、いろんな場合に使いやすい。

“サイン  ” は、調べたい角を出発点として、
 “コサイン  ” は、調べたい角を挟み込むように、
 “タンジェント  ” は、調べたい角を出発点として、



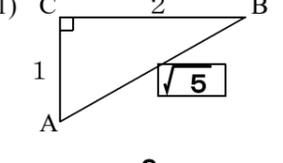
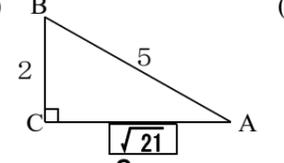
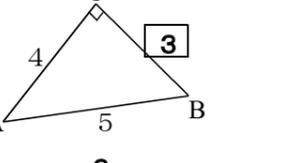
斜辺  (斜辺を通して越げる)
 対辺  (斜辺から挟み込む)
 隣辺  (直角の方へ越げる)

(復 1) 「三平方の定理 (ピタゴラスの定理) : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ 」を用いて、次の \square の値を求めたのち、次の三角比の値を求めよ。

(1)  (2)  (3) 

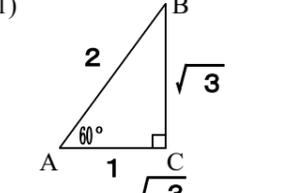
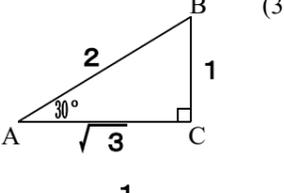
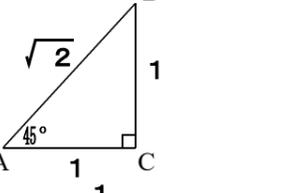
(ア) $\sin A = \frac{5}{13}$ (イ) $\sin A = \frac{3}{5}$ (ウ) $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 (イ) $\cos A = \frac{12}{13}$ (ロ) $\cos A = \frac{4}{5}$ (エ) $\cos A = \frac{2}{3}$
 (ウ) $\tan A = \frac{5}{12}$ (ヘ) $\tan A = \frac{3}{4}$ (オ) $\tan A = \frac{\sqrt{5}}{2}$
 (エ) $\sin B = \frac{12}{13}$ (カ) $\sin B = \frac{4}{5}$ (キ) $\sin B = \frac{2}{3}$
 (オ) $\cos B = \frac{5}{13}$ (ク) $\cos B = \frac{3}{5}$ (ク) $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 (カ) $\tan B = \frac{12}{5}$ (ケ) $\tan B = \frac{4}{3}$ (ケ) $\tan B = \frac{2}{\sqrt{5}}$

(復 2) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)

(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (イ) $\sin A = \frac{2}{5}$ (ウ) $\sin A = \frac{3}{5}$
 (イ) $\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$ (ロ) $\cos A = \frac{\sqrt{21}}{5}$ (エ) $\cos A = \frac{4}{5}$
 (ウ) $\tan A = 2$ (ヘ) $\tan A = \frac{2}{\sqrt{21}}$ (オ) $\tan A = \frac{3}{4}$
 (エ) $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$ (カ) $\sin B = \frac{\sqrt{21}}{5}$ (キ) $\sin B = \frac{4}{5}$
 (オ) $\cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (ク) $\cos B = \frac{2}{5}$ (ク) $\cos B = \frac{3}{5}$
 (カ) $\tan B = \frac{1}{2}$ (ケ) $\tan B = \frac{\sqrt{21}}{2}$ (ケ) $\tan B = \frac{4}{3}$

(復 3) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。

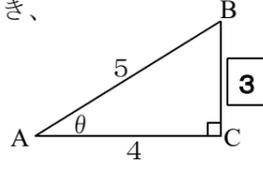
(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (イ) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (ウ) $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 (イ) $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ (ロ) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (エ) $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 (ウ) $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ (ヘ) $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (オ) $\tan 45^\circ = 1$

問 1. $\cos \theta = \frac{4}{5}$ を満たす鋭角 θ の正弦 ($\sin \theta$) と正接 ($\tan \theta$) の値を求めたい。

(1) この場合の三角形は右図のようになっている。このとき、「三平方の定理」を用いて、辺 BC の長さを求めよ。
 $BC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

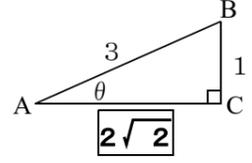
(2) 次の値を求めよ。
 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ $\tan \theta = \frac{3}{4}$



問 2. $\sin \theta = \frac{1}{3}$ を満たす鋭角 θ の $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めたい。

(1) 上の問 1 と同様に、辺 AC の長さを求めよ。
 $AC = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$

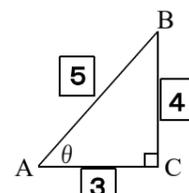
(2) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい。)
 $\cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\tan \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$



問 3. $\cos \theta = \frac{3}{5}$ を満たす鋭角 θ の $\sin \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めたい。

(1) 上の問題と同様に考えて、右の三角形の三辺の長さを示せ。
 $AB = 5, AC = 3, BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

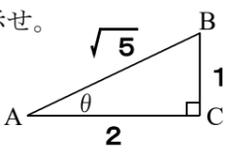
(2) 次の値を求めよ。
 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ $\tan \theta = \frac{4}{3}$



問 4. $\tan \theta = \frac{1}{2}$ を満たす鋭角 θ の $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の値を求めたい。

(1) 上の問題と同様に考えて、右の三角形の三辺の長さを示せ。
 $AC = 2, BC = 1, AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

(2) 次の値を求めよ。
 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

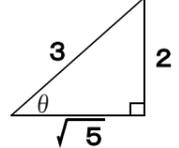
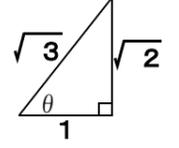


問 5. θ は鋭角とする。 $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ のうち、1つが次の値をとるとき、各場合について、他の 2 つの値を求めよ。

(1) $\sin \theta = \frac{2}{3}$ (2) $\tan \theta = \sqrt{2}$ (注: $\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$ と考えよ。)

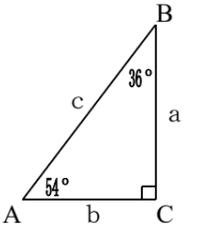
$\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

(準備 1) (1) 右図三角形 ABC のように、三辺の長さが与えられているとき、次の三角比を a, b, c で表せ。

(ア) $\sin 54^\circ = \frac{a}{c}$ (イ) $\cos 36^\circ = \frac{a}{c}$
 (ウ) $\cos 54^\circ = \frac{b}{c}$ (エ) $\sin 36^\circ = \frac{b}{c}$
 (オ) $\tan 54^\circ = \frac{a}{b}$ (カ) $\tan 36^\circ = \frac{b}{a}$

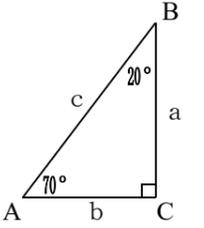


(2) (1) より次のことがいえる。

(ア) と (イ) より $\sin 54^\circ = \cos 36^\circ$ (ウ) と (エ) より $\cos 54^\circ = \sin 36^\circ$
 (オ) と (カ) より $\tan 54^\circ \times \tan 36^\circ = 1$ となるので、 $\tan 54^\circ = \frac{1}{\tan 36^\circ}$

(準備 2) (1) 右図三角形 ABC のように、三辺の長さが与えられているとき、次の三角比を a, b, c で表せ。

(ア) $\sin 70^\circ = \frac{a}{c}$ (イ) $\cos 20^\circ = \frac{a}{c}$
 (ウ) $\cos 70^\circ = \frac{b}{c}$ (エ) $\sin 20^\circ = \frac{b}{c}$
 (オ) $\tan 70^\circ = \frac{a}{b}$ (カ) $\tan 20^\circ = \frac{b}{a}$



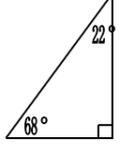
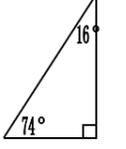
(2) (1) より次のことがいえる。

(ア) と (イ) より $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$ (ウ) と (エ) より $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$
 (オ) と (カ) より $\tan 70^\circ \times \tan 20^\circ = 1$ となるので、 $\tan 70^\circ = \frac{1}{\tan 20^\circ}$

問 6. 右図を参考に次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ。

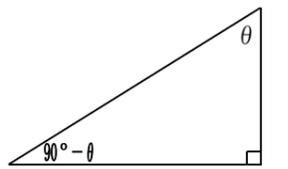
(1) (ア) $\sin 68^\circ = \cos 22^\circ$ (イ) $\cos 68^\circ = \sin 22^\circ$
 (ウ) $\tan 68^\circ = \frac{1}{\tan 22^\circ}$

(2) (ア) $\sin 74^\circ = \cos 16^\circ$ (イ) $\cos 74^\circ = \sin 16^\circ$
 (ウ) $\tan 74^\circ = \frac{1}{\tan 16^\circ}$

問 7. 次の公式を示せ。

$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
 $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
 $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$



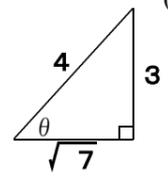
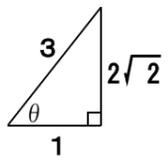
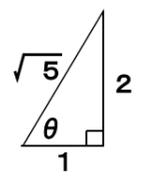
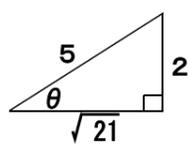
問 8. θ は鋭角とする。 $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ のうち、1つが次の値をとるとき、各場合について、他の 2 つの値を求めよ。

(1) $\sin \theta = \frac{3}{4}$ (2) $\cos \theta = \frac{1}{3}$

$\cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 $\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$ $\tan \theta = 2\sqrt{2}$

(3) $\tan \theta = 2$ (4) $\sin \theta = \frac{2}{5}$

$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\cos \theta = \frac{\sqrt{21}}{5}$
 $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\tan \theta = \frac{2}{\sqrt{21}}$

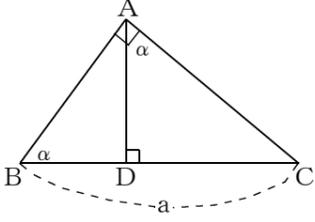
問 9. 右図において、 $BC = a, \angle B = \alpha$ とおくと、次の線分の長さを a, $\sin \alpha, \cos \alpha$ で表せ。

(1) AC において、 $\sin \alpha = \frac{AC}{a}$
 $\therefore AC = a \sin \alpha$

(2) AD において、 $\cos \alpha = \frac{AD}{a \sin \alpha}$
 $\therefore AD = a \sin \alpha \cos \alpha$

(3) DC において、 $\sin \alpha = \frac{DC}{a \sin \alpha}$
 $\therefore DC = a \sin \alpha \sin \alpha = a (\sin \alpha)^2 = a \sin^2 \alpha$

ヒント
 (1) $\sin \alpha = \frac{AC}{a}$ より $AC = \dots$
 (2) $\cos \alpha = \frac{AD}{AC}$ より $AD = \dots$



(解説 1) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、いろんな場合に使いやすい。

“サイン  ” は、調べたい角を出発点として、
 “コサイン  ” は、調べたい角を挟み込むように、
 “タンジェント  ” は、調べたい角を出発点として、



(斜辺を通して逃げる)

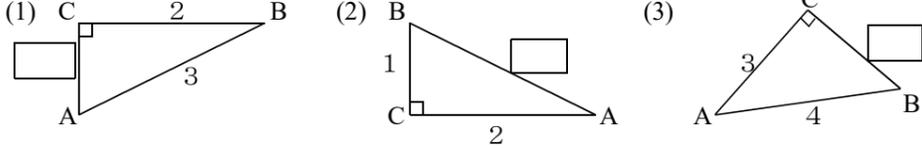


(斜辺から挟み込む)



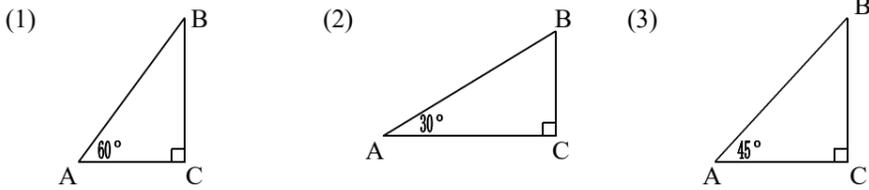
(直角の方へ逃げる)

(復 1) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい)



- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| (ア) $\sin A =$ | (イ) $\sin A =$ | (ウ) $\sin A =$ |
| (イ) $\cos A =$ | (ロ) $\cos A =$ | (エ) $\cos A =$ |
| (ウ) $\tan A =$ | (ハ) $\tan A =$ | (ニ) $\tan A =$ |
| (エ) $\sin B =$ | (ホ) $\sin B =$ | (ヒ) $\sin B =$ |
| (ロ) $\cos B =$ | (ヘ) $\cos B =$ | (フ) $\cos B =$ |
| (ハ) $\tan B =$ | (ベ) $\tan B =$ | (ボ) $\tan B =$ |

(復 2) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。



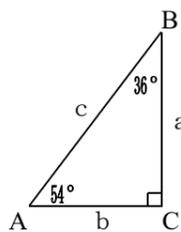
- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (ア) $\sin 60^\circ =$ | (イ) $\sin 30^\circ =$ | (ウ) $\sin 45^\circ =$ |
| (イ) $\cos 60^\circ =$ | (ロ) $\cos 30^\circ =$ | (エ) $\cos 45^\circ =$ |
| (ウ) $\tan 60^\circ =$ | (ハ) $\tan 30^\circ =$ | (ニ) $\tan 45^\circ =$ |

(復 3) θ は鋭角とする。 $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ のうち、1つが次の値をとるとき、各場合について、他の 2 つの値を求めよ。

<p>(1) $\sin \theta = \frac{2}{3}$ $\cos \theta =$ $\tan \theta =$</p>	<p>(2) $\cos \theta = \frac{2}{5}$ $\sin \theta =$ $\tan \theta =$</p>
<p>(3) $\tan \theta = 3$ $\sin \theta =$ $\cos \theta =$</p>	<p>(4) $\sin \theta = \frac{1}{3}$ $\cos \theta =$ $\tan \theta =$</p>

(復 4) (1) 右図三角形 ABC のように、三辺の長さが与えられているとき、次の三角比を a, b, c で表せ。

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (ア) $\sin 54^\circ =$ | (イ) $\cos 36^\circ =$ |
| (ウ) $\cos 54^\circ =$ | (ロ) $\sin 36^\circ =$ |
| (エ) $\tan 54^\circ =$ | (ハ) $\tan 36^\circ =$ |



(2) (1) より次のことがいえる。

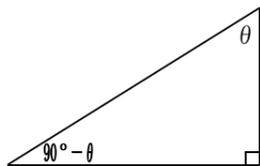
(ア) と (イ) より $\sin 54^\circ = \frac{a}{c}$ (ウ) と (ロ) より $\cos 54^\circ = \frac{b}{c}$
 (エ) と (ハ) より $\tan 54^\circ \times \tan 36^\circ = \frac{a}{b}$ となるので、 $\tan 54^\circ = \frac{1}{\tan 36^\circ}$

(復 5) 右図を参考に次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ。

<p>(1) (ア) $\sin 68^\circ =$ (イ) $\cos 68^\circ =$ (ウ) $\tan 68^\circ =$</p>	<p>(2) (ア) $\sin 74^\circ =$ (イ) $\cos 74^\circ =$ (ウ) $\tan 74^\circ =$</p>
---	---

(復 6) 次の公式を示せ。

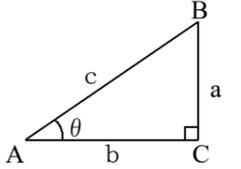
$\sin(90^\circ - \theta) =$
 $\cos(90^\circ - \theta) =$
 $\tan(90^\circ - \theta) =$



(準備 1) 右図三角形 ABC について

(1) 次の値を a, b, c で表せ。

(ア) $\sin \theta =$ (イ) $\cos \theta =$ (ウ) $\tan \theta =$



(2) 次の式の計算をせよ。注: $(\sin \theta)^2$ を $\sin^2 \theta$, $(\cos \theta)^2$ を $\cos^2 \theta$ と表す。

① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$ ($\because a^2 + b^2 = c^2$)

② (ア) $\tan \theta = \frac{a}{b}$ (イ) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$

(解説 2) (準備 1) (2) より次のことがいえる。(公式)

① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ② $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

問 1. (1) 次の値を求めよ。

(ア) $\sin 30^\circ =$ (イ) $\cos 30^\circ =$ (ウ) $\tan 30^\circ =$

(2) (1) の (ア) (イ) を次の式に代入せよ。

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ =$ ② $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} =$ 等しい!

注: 公式 ①, ② の θ は、どんな角の場合でも成り立つので、

$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$, $\tan 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$ は当然成り立つ。

問 2. 次の等式が成り立つことを証明せよ。(ヒント: 公式 ① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を用いよ。)

(1) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 = 2$

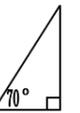
(証) 左辺 = $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$
 $= 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 2 \times 1 = 2$ これは右辺に等しいので、与式は成り立つ。(終)

(2) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ 【公式】

(証) 左辺 = $1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ = 右辺 \therefore 与式成立。(終)

問 3 (1) 右図を参考に、次の三角比を 20° の角の三角比で表せ。

(ア) $\sin 70^\circ =$ (イ) $\cos 70^\circ =$ (ウ) $\tan 70^\circ =$



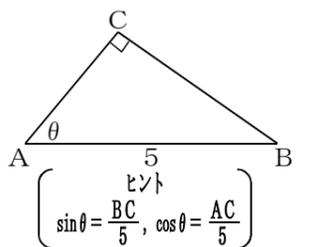
(2) (1) と公式 ① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を用いて、次の値を求めよ。

(ア) $\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ =$
 (イ) $\sin 20^\circ \cdot \cos 70^\circ + \cos 20^\circ \cdot \sin 70^\circ =$

問 4. 次の式の値を求めよ。

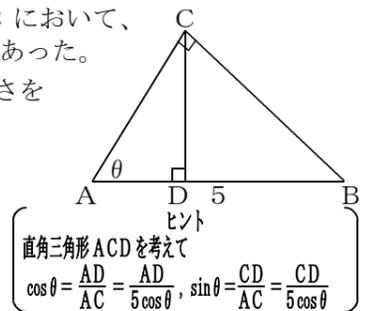
- (1) $\cos 15^\circ - \sin 75^\circ =$ (ヒント) (1) $\sin 75^\circ$ を 15° の三角比で表せ。
 =
 (2) $\cos 40^\circ \cos 50^\circ - \sin 40^\circ \sin 50^\circ =$ (2) $\cos 50^\circ, \sin 50^\circ$ を 40° の三角比で表せ。
 =
 (3) $\tan 25^\circ \tan 65^\circ =$ (3) $\tan 65^\circ$ を 25° の三角比で表せ。
 =

問 5. 右図のような直角三角形 ABC において、BC, AC の長さを θ を用いて表せ。

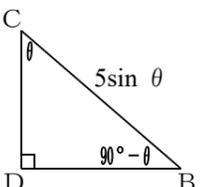


問 6. 右図のような $AB = 5$ の直角三角形 ABC において、問 5 より $BC = 5 \sin \theta, AC = 5 \cos \theta$ であった。

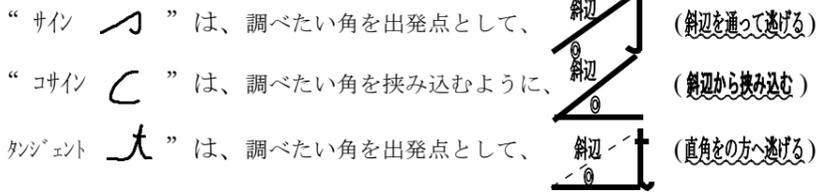
(1) 直角三角形 ACD を考えて、AD, CD の長さを θ を用いて表せ。



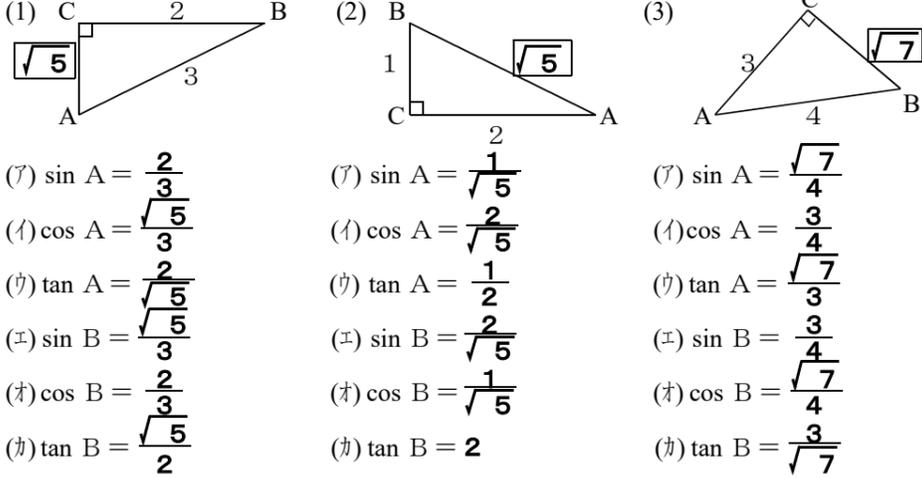
(2) 直角三角形 BCD を右図のように考えて、BD の長さを θ を用いて表せ。



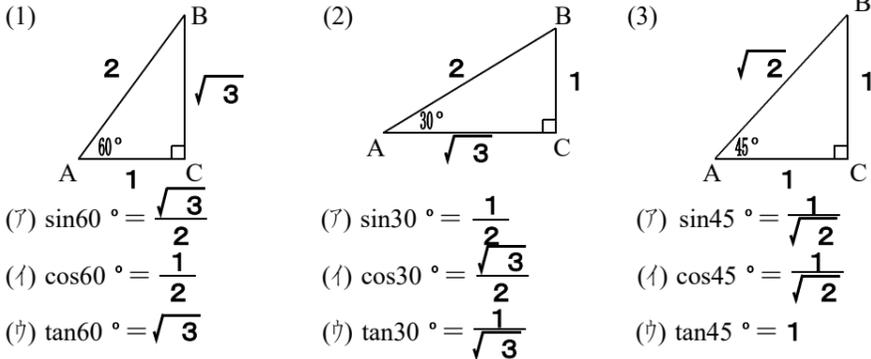
(解説 1) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、いろんな場合に使いやすい。



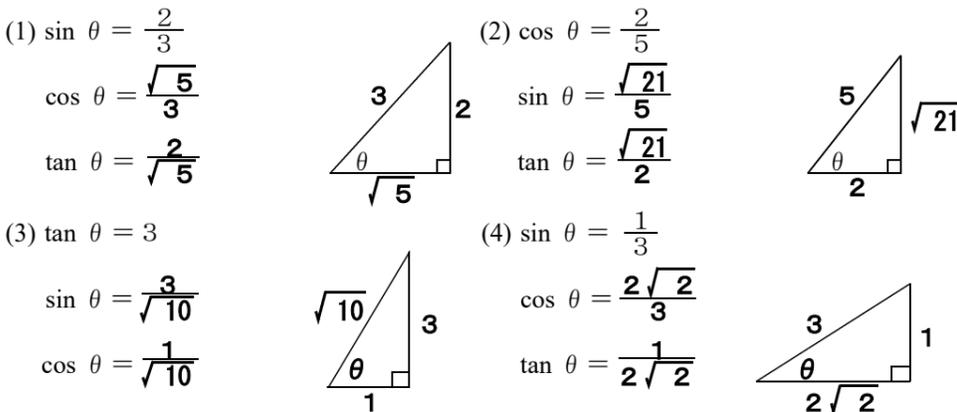
(復 1) 次の値を求めよ。(分母の有理化はしなくてよい)



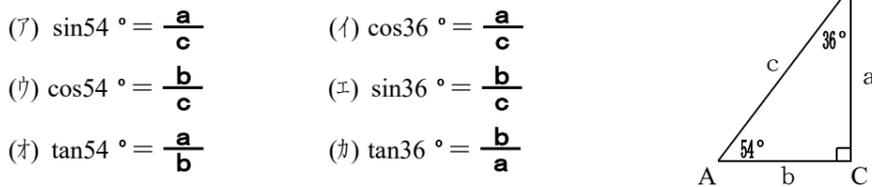
(復 2) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。



(復 3) θ は鋭角とする。 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうち、1 つが次の値をとるとき、各場合について、他の 2 つの値を求めよ。



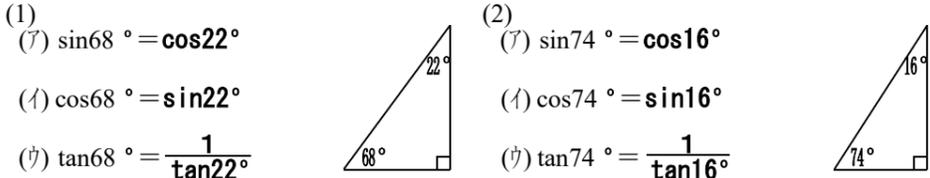
(復 4) (1) 右図三角形 ABC のように、三辺の長さが与えられているとき、次の三角比を a, b, c で表せ。



(2) (1) より次のことがいえる。

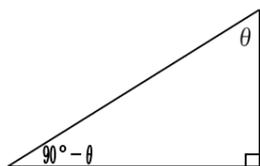
(ア) と (イ) より $\sin 54^\circ = \cos 36^\circ$ (ウ) と (ロ) より $\cos 54^\circ = \sin 36^\circ$
 (エ) と (ケ) より $\tan 54^\circ \times \tan 36^\circ = 1$ となるので、 $\tan 54^\circ = \frac{1}{\tan 36^\circ}$

(復 5) 右図を参考に次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ。



(復 6) 次の公式を示せ。

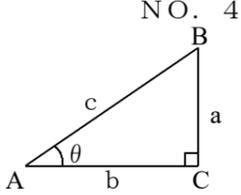
$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
 $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
 $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$



(準備 1) 右図三角形 ABC について

(1) 次の値を a, b, c で表せ。

(ア) $\sin \theta = \frac{a}{c}$ (イ) $\cos \theta = \frac{b}{c}$ (ウ) $\tan \theta = \frac{a}{b}$



(2) 次の式の計算をせよ。注: $(\sin \theta)^2$ を $\sin^2 \theta$, $(\cos \theta)^2$ を $\cos^2 \theta$ と表す。

① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$ ($\because a^2 + b^2 = c^2$)
 ② (ア) $\tan \theta = \frac{a}{b}$ (イ) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$

(解説 2) (準備 1) (2) より次のことがいえる。(公式)

① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ② $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

問 1. (1) 次の値を求めよ。

(ア) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (イ) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ウ) $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) (1) の (ア) (イ) を次の式に代入せよ。

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = (\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$
 ② $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (等しい!)

注: 公式 ①, ② の θ は、どんな角の場合でも成り立つので、
 $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$, $\tan 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$ は当然成り立つ。

問 2. 次の等式が成り立つことを証明せよ。(ヒント: 公式 ① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を用いよ。)

(1) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 = 2$

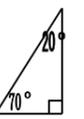
(証) 左辺 = $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$
 $= 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 2 \times 1 = 2$ (これは右辺に等しいので、与式は成り立つ。(終))

(2) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ 【公式】

(証) 左辺 = $1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ (これは右辺に等しいので、与式成立。(終))

問 3 (1) 右図を参考に、次の三角比を 20° の角の三角比で表せ。

(ア) $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$ (イ) $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$ (ウ) $\tan 70^\circ = \frac{1}{\tan 20^\circ}$



(2) (1) と 公式 ① $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を用いて、次の値を求めよ。

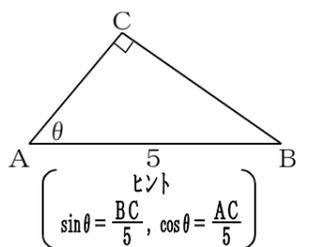
(ア) $\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ = \sin^2 20^\circ + (\cos 20^\circ)^2 = \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ = 1$
 (イ) $\sin 20^\circ \cdot \cos 70^\circ + \cos 20^\circ \cdot \sin 70^\circ = \sin 20^\circ \sin 20^\circ + \cos 20^\circ \cos 20^\circ = \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ = 1$

問 4. 次の式の値を求めよ。

(1) $\cos 15^\circ - \sin 75^\circ = \cos 15^\circ - \cos 15^\circ = 0$ (ヒント: $\sin 75^\circ$ を 15° の三角比で表せ。
 (2) $\cos 40^\circ \cos 50^\circ - \sin 40^\circ \sin 50^\circ = \cos 40^\circ \sin 40^\circ - \sin 40^\circ \cos 40^\circ = 0$ (ヒント: $\cos 50^\circ, \sin 50^\circ$ を 40° の三角比で表せ。
 (3) $\tan 25^\circ \tan 65^\circ = \tan 25^\circ \times \frac{1}{\tan 25^\circ} = 1$ (ヒント: $\tan 65^\circ$ を 25° の三角比で表せ。

問 5. 右図のような直角三角形 ABC において、BC, AC の長さを θ を用いて表せ。

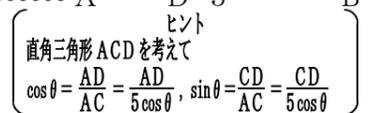
$\sin \theta = \frac{BC}{5}$ より $BC = 5 \sin \theta$
 $\cos \theta = \frac{AC}{5}$ より $AC = 5 \cos \theta$



問 6. 右図のような $AB = 5$ の直角三角形 ABC において、問 5 より $BC = 5 \sin \theta$, $AC = 5 \cos \theta$ であった。

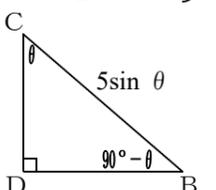
(1) 直角三角形 ACD を考えて、AD, CD の長さを θ を用いて表せ。

$\cos \theta = \frac{AD}{5 \cos \theta}$ より、 $AD = 5 \cos \theta \cos \theta = 5 \cos^2 \theta$
 $\sin \theta = \frac{CD}{5 \cos \theta}$ より、 $CD = 5 \cos \theta \sin \theta$

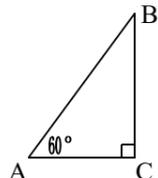
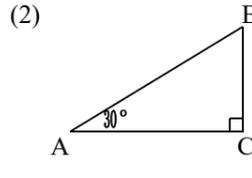
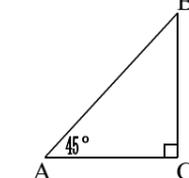


(2) 直角三角形 BCD を右図のように考えて、BD の長さを θ を用いて表せ。

$\sin \theta = \frac{BD}{5 \sin \theta}$ より、 $BD = 5 \sin \theta \sin \theta = 5 \sin^2 \theta$



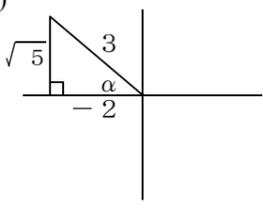
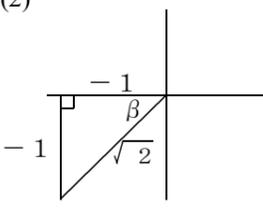
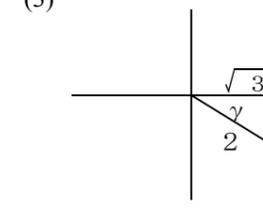
(復 1) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。

- (1)  (2)  (3) 
- (ア) $\sin 60^\circ =$ (イ) $\sin 30^\circ =$ (ウ) $\sin 45^\circ =$
 (イ) $\cos 60^\circ =$ (イ) $\cos 30^\circ =$ (イ) $\cos 45^\circ =$
 (ウ) $\tan 60^\circ =$ (ウ) $\tan 30^\circ =$ (ウ) $\tan 45^\circ =$

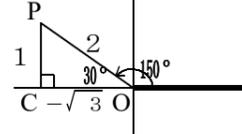
(解説 1) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、いろんな場合に使いやすい。

- “サイン  ” は、調べたい角を出発点として、斜辺  (斜辺を通して上げる)
 “コサイン  ” は、調べたい角を挟み込むように、斜辺  (斜辺から挟み込む)
 “タンジェント  ” は、調べたい角を出発点として、斜辺  (直角の方へ上げる)

(準備 1) 次の直角三角形において、次の値を求めよ。

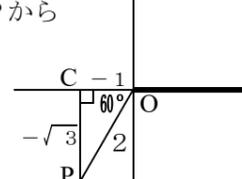
- (1)  (2)  (3) 
- (ア) $\sin \alpha =$ (ア) $\sin \beta =$ (ア) $\sin \gamma =$
 (イ) $\cos \alpha =$ (イ) $\cos \beta =$ (イ) $\cos \gamma =$
 (ウ) $\tan \alpha =$ (ウ) $\tan \beta =$ (ウ) $\tan \gamma =$

(準備 2) 150° の三角比を求める場合、次のように考える。

- 考え方** 右図太線を始線として、 150° の角をとりその点 P から x 軸に垂線を下ろし、三角形を作る。このとき、 $\angle POC = 30^\circ$ である。
 $\therefore OP : PC : CO = 2 : 1 : \sqrt{3}$ であるが、x y 座標のときと同様に、CO は y 軸より左側にあるので、 $CO = -\sqrt{3}$ と考える。
 (PC は x 軸より上側なので正、斜辺 OP は常に正と考える。)
- 

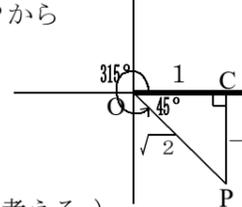
$\sin 150^\circ =$ $\cos 150^\circ =$ $\tan 150^\circ =$

(準備 3) 240° の三角比を求める場合、次のように考える。

- 考え方** 右図太線を始線として、 240° の角をとり、その点 P から x 軸に垂線を下ろし、三角形を作る。このとき、 $\angle POC = 60^\circ$ である。
 $\therefore OP : PC : CO = 2 : \sqrt{3} : 1$ であるが、x y 座標のときと同様に、PC は x 軸より下側にあるので、 $PC = -\sqrt{3}$ また、CO は y 軸より左側にあるので、 $CO = -1$ と考える。(斜辺 OP は常に正と考える。)
- 

$\sin 240^\circ =$ $\cos 240^\circ =$ $\tan 240^\circ =$

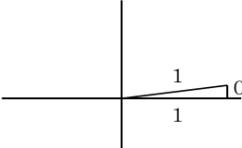
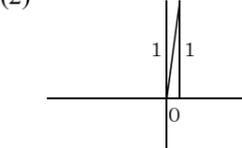
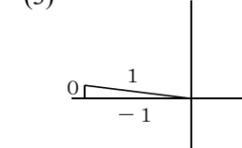
(準備 4) 315° の三角比を求める場合、次のように考える。

- 考え方** 右図太線を始線として、 315° の角をとり、その点 P から x 軸に垂線を下ろし、三角形を作る。このとき、 $\angle POC = 45^\circ$ である。
 $\therefore OP : PC : CO = \sqrt{2} : 1 : 1$ であるが、x y 座標のときと同様に、PC は x 軸より下側にあるので、 $PC = -1$ と考える。
 (CO は y 軸より右側なので正、斜辺 OP は常に正と考える。)
- 

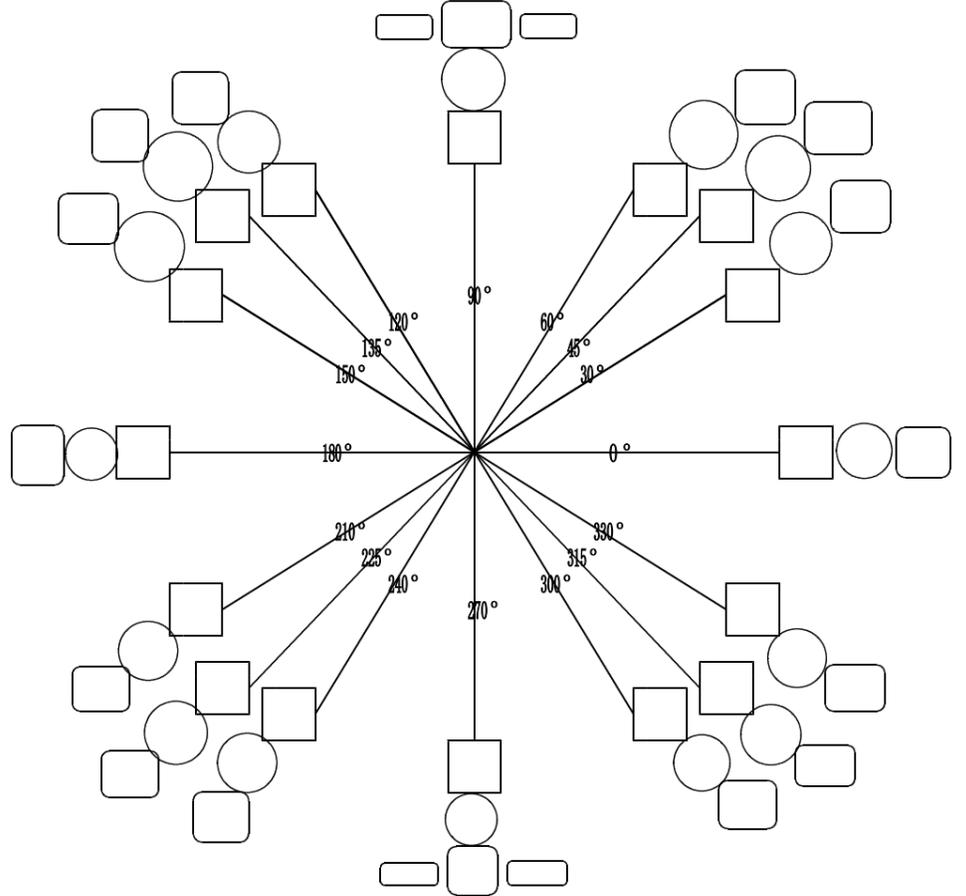
$\sin 315^\circ =$ $\cos 315^\circ =$ $\tan 315^\circ =$

(準備 5) $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ の三角比を考える場合、便宜上次のようにする。

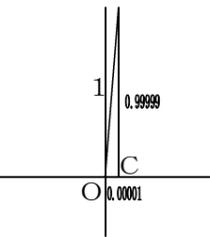
注: $\frac{1}{1} = 1, \frac{0}{1} = 0$ であるが、 $\frac{1}{0}$ は、分母 0 なので値は存在しない。

- (1)  (2)  (3) 
- (ア) $\sin 0^\circ =$ (ア) $\sin 90^\circ =$ (ア) $\sin 180^\circ =$
 (イ) $\cos 0^\circ =$ (イ) $\cos 90^\circ =$ (イ) $\cos 180^\circ =$
 (ウ) $\tan 0^\circ =$ (ウ) $\tan 90^\circ =$ (ウ) $\tan 180^\circ =$

問 1. 次の \square に $\sin \theta$, \bigcirc に $\cos \theta$, \square に $\tan \theta$ の値を代入せよ。



(解説 2) $\tan 90^\circ = \frac{1}{0} =$ なし, $\tan 270^\circ = \frac{-1}{0} =$ なしである。しかし、たとえば、 90° に限りなく近い $\tan 89.99^\circ$ のような値は右図のように、CO は限りなく 0 に近いが $CO \neq 0$ なので、 \tan (タンジェント) の値は存在する。
 $\tan 89.99^\circ \approx \frac{0.99999}{0.00001} = 99999$ このように考えていくと $\tan \theta$ の θ が 89.99° から さらに 90° に限りなく近づいて行けば、 $\tan 89.9999999^\circ = +\infty$ と考えてよい。同様に考えれば、 $\tan 90.00000001^\circ = -\infty$ である。



(解説 3) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ において、右図のように

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ の平面を第 1 象限	第 2 象限	第 1 象限
$90^\circ < \theta < 180^\circ$ の平面を第 2 象限		
$180^\circ < \theta < 270^\circ$ の平面を第 3 象限	第 3 象限	第 4 象限
$270^\circ < \theta < 360^\circ$ の平面を第 4 象限 という。		

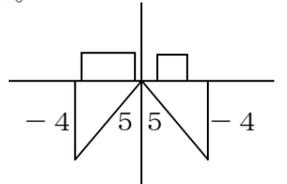
問 2. $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ を図に示すと右下のようになる。

(1) ピタゴラスの定理を用いて、右図 \square の値を記入せよ。

(2) 次の値を右図を用いて求めよ。

(ア) θ が第 3 象限のとき (イ) θ が第 4 象限のとき

$\cos \theta =$ $\cos \theta =$
 $\tan \theta =$ $\tan \theta =$



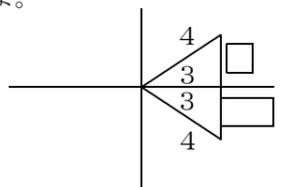
問 3. $\cos \theta = \frac{3}{4}$ を図に示すと右下のようになる。

(1) ピタゴラスの定理を用いて、右図 \square の値を記入せよ。

(2) 次の値を右図を用いて求めよ。

(ア) θ が第 1 象限のとき (イ) θ が第 4 象限のとき

$\sin \theta =$ $\sin \theta =$
 $\tan \theta =$ $\tan \theta =$



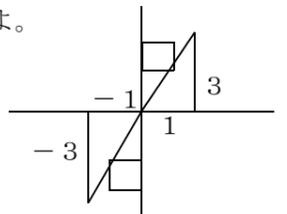
問 4. $\tan \theta = 3$ を図に示すと右下のようになる。

(1) ピタゴラスの定理を用いて、右図 \square の値を記入せよ。

(2) 次の値を右図を用いて求めよ。

(ア) θ が第 1 象限のとき (イ) θ が第 3 象限のとき

$\sin \theta =$ $\sin \theta =$
 $\cos \theta =$ $\cos \theta =$



(解説 4) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ において、 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ のとき $\cos \theta, \tan \theta$ を求める場合、次のようにするのが模範的解答であるが時間がかかる。

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ を代入して、

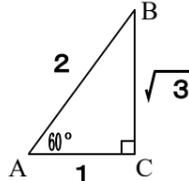
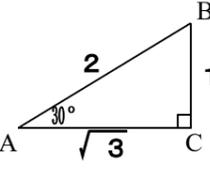
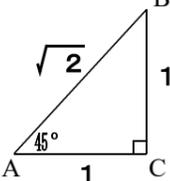
$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - (-\frac{4}{5})^2} = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ に $\sin \theta, \cos \theta$ の値を代入して、

(答) $\cos \theta = \frac{3}{5}$ のとき $\tan \theta = -\frac{4}{3}$, $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ のとき $\tan \theta = \frac{4}{3}$

このようなやり方よりも、上の問 2 ~ 問 4 のやり方の方が速くて、計算がラク! である。図をかいて求める上のやり方を理解しておくこと!

(復1) 次の直角三角形の三辺の比を示し、次の三角比の値を求めよ。

(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (イ) $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ (ウ) $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

(ア) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (イ) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ウ) $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(ア) $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (イ) $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ウ) $\tan 45^\circ = 1$

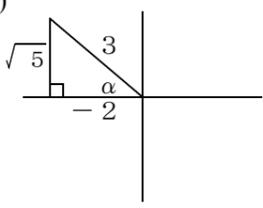
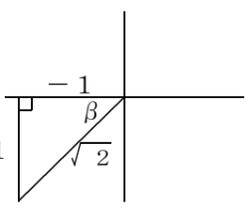
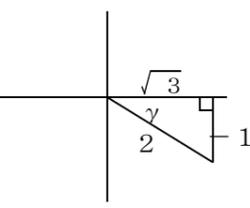
(解説1) サイン, コサイン, タンジェント は次のように覚えておくと、いろいろな場合に使いやすい。

“サイン  ” は、調べたい角を出発点として、斜辺を通してあげる (斜辺を通してあげる)

“コサイン  ” は、調べたい角を挟み込むように、斜辺から挟み込む (斜辺から挟み込む)

“タンジェント  ” は、調べたい角を出発点として、斜辺、直角をのりあげる (直角をのりあげる)

(準備1) 次の直角三角形において、次の値を求めよ。

(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (イ) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ (ウ) $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

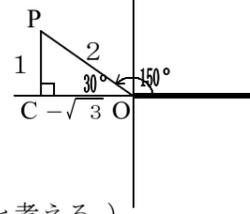
(ア) $\sin \beta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (イ) $\cos \beta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ウ) $\tan \beta = \frac{-1}{-1} = 1$

(ア) $\sin \gamma = -\frac{1}{2}$ (イ) $\cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ウ) $\tan \gamma = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

(準備2) 150°の三角比を求める場合、次のように考える。

考え方 右図太線を始線として、150°の角をとりその点Pからx軸に垂線を下ろし、三角形を作る。このとき、 $\angle POC = 30^\circ$ である。
 $\therefore OP : PC : CO = 2 : 1 : \sqrt{3}$ であるが、xy座標のときと同様に、COはy軸より左側にあるので、 $CO = -\sqrt{3}$ と考える。
(PCはx軸より上側なので正、斜辺OPは常に正と考える。)

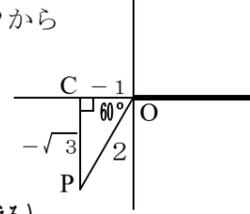
$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$



(準備3) 240°の三角比を求める場合、次のように考える。

考え方 右図太線を始線として、240°の角をとり、その点Pからx軸に垂線を下ろし、三角形を作る。このとき、 $\angle POC = 60^\circ$ である。
 $\therefore OP : PC : CO = 2 : \sqrt{3} : 1$ であるが、xy座標のときと同様に、PCはx軸より下側にあるので、 $PC = -\sqrt{3}$ また、COはy軸より左側にあるので、 $CO = -1$ と考える。(斜辺OPは常に正と考える。)

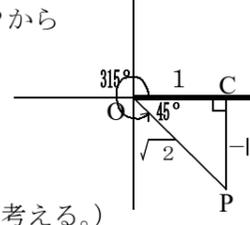
$\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ $\tan 240^\circ = \sqrt{3}$



(準備4) 315°の三角比を求める場合、次のように考える。

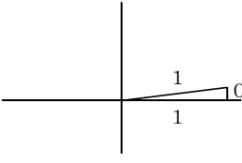
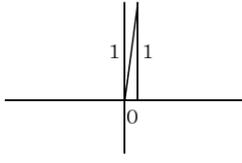
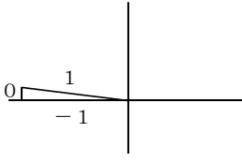
考え方 右図太線を始線として、315°の角をとり、その点Pからx軸に垂線を下ろし、三角形を作る。このとき、 $\angle POC = 45^\circ$ である。
 $\therefore OP : PC : CO = \sqrt{2} : 1 : 1$ であるが、xy座標のときと同様に、PCはx軸より下側にあるので、 $PC = -1$ と考える。
(COはy軸より右側なので正、斜辺OPは常に正と考える。)

$\sin 315^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos 315^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan 315^\circ = -1$



(準備5) 0°, 90°, 180°の三角比を考える場合、便宜上次のようにする。

注: $\frac{1}{1} = 1$, $\frac{0}{1} = 0$ であるが、 $\frac{1}{0}$ は、分母0なので値は存在しない。

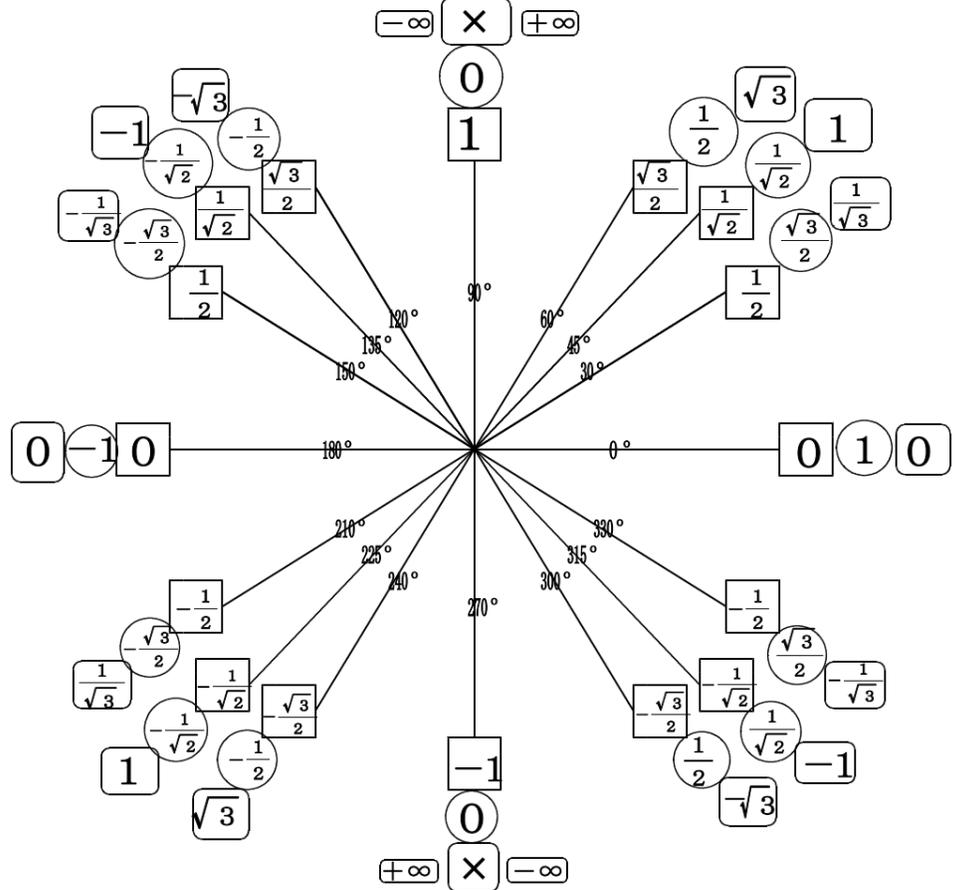
(1)  (2)  (3) 

(ア) $\sin 0^\circ = \frac{0}{1} = 0$ (イ) $\cos 0^\circ = \frac{1}{1} = 1$ (ウ) $\tan 0^\circ = \frac{0}{1} = 0$

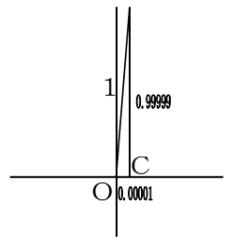
(ア) $\sin 90^\circ = \frac{1}{1} = 1$ (イ) $\cos 90^\circ = \frac{0}{1} = 0$ (ウ) $\tan 90^\circ = \frac{1}{0} = \times$ (なし)

(ア) $\sin 180^\circ = \frac{0}{1} = 0$ (イ) $\cos 180^\circ = \frac{-1}{1} = -1$ (ウ) $\tan 180^\circ = \frac{0}{-1} = 0$

問1. 次の□に $\sin \theta$, ○に $\cos \theta$, □に $\tan \theta$ の値を代入せよ。



(解説2) $\tan 90^\circ = \frac{1}{0} = \text{なし}$, $\tan 270^\circ = \frac{-1}{0} = \text{なし}$ である。しかし、たとえば、 90° に限りなく近い $\tan 89.99^\circ$ のような値は右図のように、COは限りなく0に近いが $CO \neq 0$ なので、 \tan (タンジェント) の値は存在する。
 $\tan 89.99^\circ \approx \frac{0.99999}{0.00001} = 99999$ このように考えていくと $\tan \theta$ の θ が 89.99° から さらに 90° に限りなく近づいて行けば、 $\tan 89.99999999^\circ = +\infty$ と考えてよい。同様に考えれば、 $\tan 90.00000001^\circ = -\infty$ である。



(解説3) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ において、右図のように
 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の平面を第1象限
 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ の平面を第2象限
 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ の平面を第3象限
 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ の平面を第4象限 という。

第2象限	第1象限
第3象限	第4象限

問2. $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ を図に示すと右下のようになる。

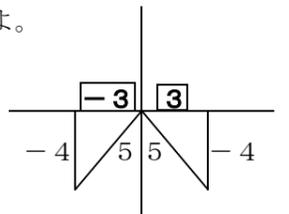
(1) ピタゴラスの定理を用いて、右図 □ の値を記入せよ。

(2) 次の値を右図を用いて求めよ。

(ア) θ が第3象限のとき (イ) θ が第4象限のとき

$\cos \theta = -\frac{3}{5}$ $\cos \theta = \frac{3}{5}$

$\tan \theta = \frac{4}{3}$ $\tan \theta = -\frac{4}{3}$



問3. $\cos \theta = \frac{3}{4}$ を図に示すと右下のようになる。

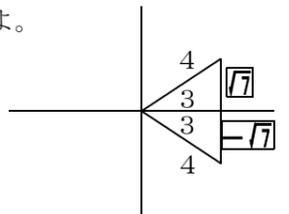
(1) ピタゴラスの定理を用いて、右図 □ の値を記入せよ。

(2) 次の値を右図を用いて求めよ。

(ア) θ が第1象限のとき (イ) θ が第4象限のとき

$\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan \theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$ $\tan \theta = -\frac{\sqrt{7}}{3}$



問4. $\tan \theta = 3$ を図に示すと右下のようになる。

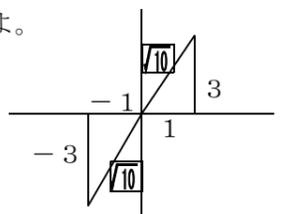
(1) ピタゴラスの定理を用いて、右図 □ の値を記入せよ。

(2) 次の値を右図を用いて求めよ。

(ア) θ が第1象限のとき (イ) θ が第3象限のとき

$\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ $\sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}$

$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$



(解説4) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ において、 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ のとき $\cos \theta$, $\tan \theta$ を求める場合、次のようにするのが模範的解答であるが時間がかかる。

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ を代入して、

$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - (-\frac{4}{5})^2} = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ に $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を代入して、

(答) $\cos \theta = \frac{3}{5}$ のとき $\tan \theta = -\frac{4}{3}$, $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ のとき $\tan \theta = \frac{4}{3}$

このようなやり方よりも、上の問2~問4のやり方の方が速くて、計算がラク! である。図をかいて求める上のやり方を理解しておくこと!